

Lucrări de laborator asistate de calculator. Verificarea teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului fizic

Alexandru Rusu¹, Constantin Pîrţac¹, Spiridon Rusu¹, Vasile Tronciu^{1,2}

¹⁾ Universitatea Tehnică a Moldovei ²⁾ Institutul Weierstrass Berlin, Germania

fizica.rusu@gmail.com

Abstract — Se propune un soft creat special pentru verificarea teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului fizic la lucrările de laborator la Fizică. În acest scop se utilizează teorema despre variaţia energiei cinetice a pendulului la revenirea lui în poziţia de echilibru după abatere. Instalaţia de laborator specifică utilizării unui cronometru digital interfaţat calculatorului, furnizează intervalele de timp în care bara omogenă a pendulului întretaie fasciculul unui senzor al cronometrului. În calitate de pendul fizic se utilizează o bară omogenă de 0,5 m, axa de pendulare a căreia poate fi deplasată în raport cu centrul de masă din 10 în 10 mm. Softul permite determinarea momentului de inerţie al barei în raport cu mai multe axe de pendulare perpendiculare ei, verificarea experimentală a teoremei lui Steiner, calculul erorilor standard, construirea graficelor dependenţelor studiate utilizând metoda celor mai mici pătrate, precum şi perfectarea referatului la lucrarea propusă.

I. INTRODUCERE

Unul din scopurile lucrărilor de laborator la Fizică este însuşirea legilor fundamentale prin metoda verificării lor pe cale experimentală. Această metodă permite stabilirea limitelor de aplicabilitate a legilor fizice în cazuri concrete de utilizare a aparatelor de măsură. Pentru verificarea legilor este nevoie de procesarea unui număr mare de date experimentale. Aceasta se poate realiza cu ajutorul unor softuri speciale şi a unor aparate de măsură interfaţate calculatorului [1,2].

În calitate de exemplu vom analiza posibilităţile verificării teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului fizic (fig. 1) utilizând un cronometru digital interfaţat calculatorului pentru măsurarea intervalului de timp, în care bara pendulului ce serveşte şi ca obturator întretaie fasciculul senzorului acestui cronometru la revenirea lui în poziţia de echilibru după abaterea cu unghiul α .

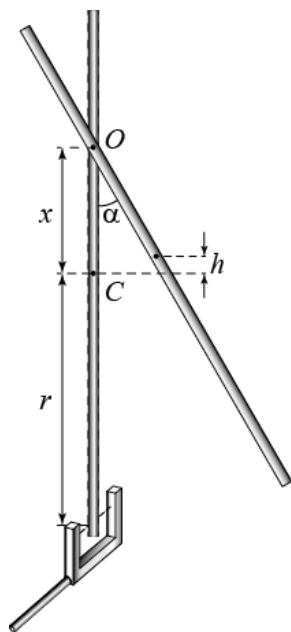


Fig. 1

II. CONSIDERAȚII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE

La devierea barei pendulului fizic de la poziţia de echilibru cu un unghi α centrul de masă al barei C se ridică la înălţimea h (fig. 1). Dacă bara este eliberată, atunci forţa de greutate $m\vec{g}$ pe parcursul revenirii ei în

poziţia iniţială va efectua lucrul mecanic $L = mgh$. Conform teoremei despre variaţia energiei cinetice lucrul tuturor forţelor exterioare ce acţionează asupra barei trebuie să fie egal cu variaţia energiei ei cinetice:

$$E_{c2} - E_{c1} = L \quad (1)$$

Asupra barei acţionează forţa de greutate, de rezistenţă a aerului şi de frecare în axa pendulului. Deoarece viteza pendulului este mică, lucrul forţei de rezistenţă a aerului şi de rezistenţă în axa pendulului pot fi neglijate. Energia cinetică în poziţia 1 este egală cu zero, iar în poziţia finală (de echilibru) ea este

$$E_{c2} = I\omega^2/2, \quad (2)$$

unde I este momentul de inerţie al barei în raport cu axa de pendulare ce trece la distanţa x de la centrul de masă, iar ω este viteza unghiulară a barei la trecerea ei prin poziţia de echilibru. Acum relaţia (1) capătă aspectul

$$I\omega^2/2 = mgh \quad (3)$$

Din fig. 1 rezultă că $h = x(1 - \cos \alpha) = 2x \sin^2(\alpha/2)$, iar $\omega = v/(x+r) = d/(t_1(x+r))$, unde d este grosimea barei, care serveşte şi în calitate de obturator, x este distanţa de la axa de pendulare până la centrul de masă al barei ce coincide cu mijlocul ei, $v = d/t_1$ este viteza punctelor barei ce intersectează fasciculul senzorului în poziţia de echilibru, t_1 este intervalul de timp, în care bara-obturator întretaie fasciculul senzorului la trecerea ei prin poziţia de echilibru, r este distanţa de la centrul de masă până la punctul, prin care bara intersectează fasciculul senzorului, α este unghiul de abatere al barei de la poziţia de echilibru. Substituind aceste relaţii în (3), pentru viteza punctelor barei ce intersectează fasciculul senzorului în poziţia de echilibru (fig. 1) obţinem:

$$v = \frac{d}{t_1} = 2\sqrt{\frac{mg}{I}} \sqrt{x}(x+r) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

Relaţia (4) reprezintă o funcţie liniară de forma $Y_n = p_n X_n + b_n$, unde $X_n = \sqrt{x_n}(x_n + r_n) \sin(\alpha/2)$,

$Y_n = v = d/t_1$, $p_n = 2\sqrt{mg/I_n}$. Relația (4) arată că b_n ar trebui să se anuleze. Aceasta însă se va întâmpla numai dacă în experiență nu se va comite nici o eroare sistematică. Cum anticipat nu se cunoaște acest aspect al experimentului, se consideră că $b_n \neq 0$. În acest mod se exclude influența unei eventuale erori sistematice asupra valorii pantei drepte, și prin urmare, asupra valorii măsurate indirect a momentului de inerție I_n al barei în raport cu axa transversală ce trece la distanța x_n de la centrul ei de masă C

$$I_n = 4mg/p_n^2, \quad (5)$$

acesta depinzând numai de panta dreptei, nu și de b_n , chiar dacă $b_n \neq 0$. Pentru o valoare fixă a numărului n , care este numărul de serii de măsurări selectate, în expresia pentru X_n va varia numai unghiul de abatere α al barei de la verticală (fig. 1). Cu alte cuvinte, în cadrul seriei concrete de măsurări vor rămâne fixe mărimile x_n și r_n , luându-se $N \geq 5$ valori ale unghiului de abatere a barei de la poziția de echilibru.

În fig. 2 este reprezentat unul dintre graficele dependenței (4), construit cu ajutorul softului propus, pentru cazul când axa de rotație trece la distanța $x = 0,04$ m de la centrul de masă pentru 5 valori ale unghiului de deviere a

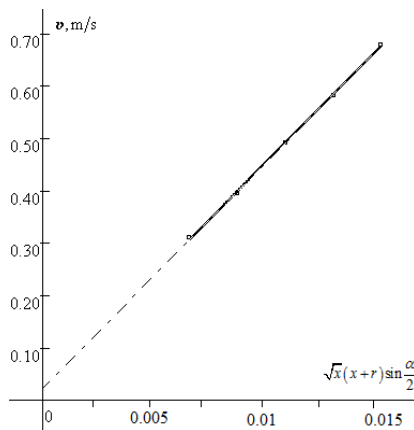


Fig. 2

barei de la poziția de echilibru: 15, 20, 25, 30 și 35°.

Conform teoremei lui Steiner momentul de inerție al unui corp în raport cu o axă arbitrară de rotație este egal cu suma dintre momentul de inerție I_C al acestui corp în raport cu axa paralelă ce trece prin centrul de masă C al corpului și produsul dintre masa lui și pătratul distanței dintre axe. În cazul experienței noastre

$$I_n = I_C + mx_n^2. \quad (6)$$

Astfel,

$$4mg/p_n^2 = I_C + mx_n^2. \quad (7)$$

Relația (7) reprezintă o dependență liniară de forma $Y = pX + b$, unde $Y = I_n = 4mg/p_n^2$, $X = x_n^2$, $p = m$, iar $b = I_C$. Graficul acestei dependențe se construiește utilizând cele $n \geq 5$ valori ale momentului de inerție al barei obținute cu ajutorul formulei (5) pentru $n \geq 5$ valori ale pătratului distanței x_n^2 de la axa de rotație până la centrul de masă. Se consideră că teorema Steiner este confirmată experimental, dacă graficul funcției (7) construit după punctele experimentale reprezintă un

segment de dreaptă cu panta $p = m$, unde m este masa barei. Totodată segmentul tăiat de dreaptă pe axa ordonatelor trebuie să coincidă cu momentul de inerție I_C al barei în raport cu axa transversală ce trece prin centrul ei de masă C : $b = I_C$. Se poate demonstra că

$$I_{C\text{teor}} = ml^2/12 \quad (8)$$

unde m este masa barei cilindrice, iar l este lungimea ei.

Valoarea teoretică (8) poate fi comparată cu cea experimentală I_C obținută din grafic. Confirmarea experimentală a formulei (8) este posibilă numai dacă valoarea $b = I_C$ nu se află în limitele erorilor întâmplătoare comise în experiment. Aceasta, însă, se poate

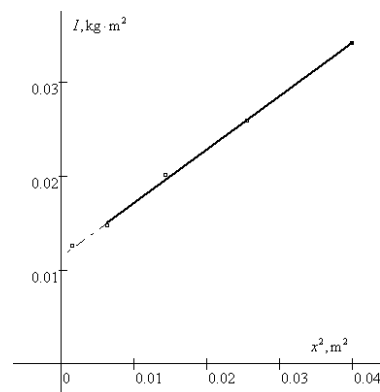


Fig. 3

întâmpla numai dacă m și l au valori relativ mici.

În fig. 3 este reprezentat graficul funcției (7) construit cu ajutorul softului propus la efectuarea a 5 serii de măsurări indirecte ale momentului de inerție al barei când axa de rotație trece la distanțele $x = 0,04; 0,08; 0,12; 1,16$ și $0,2$ m de la centrul ei de masă. Acest grafic reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = (0,571 \pm 0,005)$ kg la un nivel de încredere $P^* = 0,999$. Se observă că masa barei măsurată direct $m = 0,575$ kg se află în interiorul intervalului de încredere. Pentru momentul de inerție al barei față de axa transversală ce trece prin centrul ei de masă s-a obținut $b = I_C = (0,011 \pm 0,005)$ kg·m² cu același nivel de încredere $P^* = 0,999$. Valoarea teoretică calculată cu formula (8) $I_{C\text{teor}} = ml^2/12 = 0,012$ kg·m² se află în interiorul intervalului de încredere.

III. CONCLUZII

Utilizarea cronometrului electronic interfațat calculatorului și a softului elaborat permite verificarea experimentală a teoremei lui Steiner și stabilirea limitelor de aplicabilitate a acesteia, ceea ce contribuie la însușirea mai profundă de către studenți a teoremei în cauză și a metodelor de cercetare experimentală.

REFERINȚE

- [1] A. Rusu, C. Pîrțac, S. Rusu. **Trusa de mecanică asistată de calculator. Procesarea datelor.** Fizica și tehnologii moderne. V 6, Nr. 3-4 (23-24), 2008, p. 10-21.
- [2] A. Rusu, C. Pîrțac. Lucrări de laborator de Mecanică asistate de calculator. În materialele celei de a 3-a conferințe internaționale "Telecommunications, Electronics and Informatics", Volumul II, p. 453-460, Chisinau, Mai, 2010.