

Lucrări de laborator asistate de calculator. Studiul oscilațiilor de torsiune și determinarea modulului de forfecare

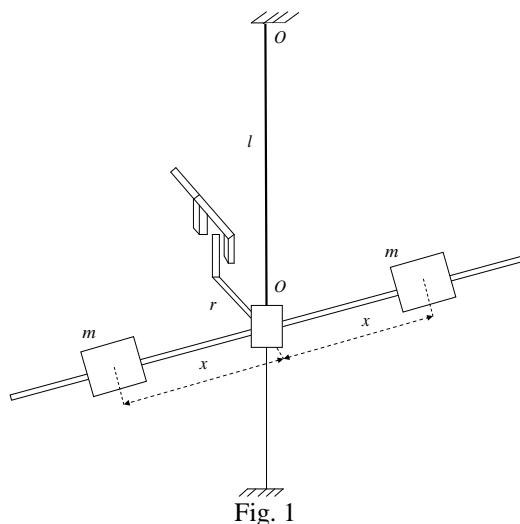
Alexandru Rusu¹, Constantin Pîrțac¹, Spiridon Rusu¹, Vasile Tronciu^{1,2}

¹⁾ Universitatea Tehnică a Moldovei ²⁾ Institutul Weierstrass Berlin, Germania
fizica.rusu@gmail.com

Abstract — Se propune un soft creat special pentru studiul oscilațiilor pendulului de torsiune în cadrul lucrărilor de laborator la Fizică. S-a elaborat o instalație de laborator specifică utilizării unui cronometru digital interfațat calculatorului, care furnizează un șir de până la 99 intervale consecutive de timp legate de mișcarea oscilatorie a pendulului de torsiune. Softul permite determinarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor pendulului, verificarea experimentală a formulei perioadei pendulului de torsiune ținând seama de amortizarea oscilațiilor, determinarea modulului de forfecare a firului de suspensie, calculul erorilor standard, stabilirea intervalului de încredere pentru un anumit nivel de confidență, construirea graficelor dependențelor studiate utilizând metoda celor mai mici pătrate, precum și perfectarea referatului la lucrarea propusă.

I. INTRODUCERE

Utilizarea elementelor de cercetare la lucrările de laborator efectuate în mod tradițional este împiedicată de imposibilitatea în timpul a două ore de a colecta și, mai ales, a prelucra un număr mare de date experimentale ce sunt indispensabile unei cercetări adevărate. Această piedică poate fi înlăturată, dacă se folosesc aparate de măsură digitale interfațate calculatorului, precum și softuri speciale ce permit în timp scurt achiziția datelor și procesarea lor. În calitate de exemplu, vom analiza posibilitățile studierii oscilațiilor pendulului de torsiune



(fig. 1) la lucrările de laborator, utilizând pentru măsurarea perioadei oscilațiilor un cronometru digital interfațat calculatorului. Cronometrul poate măsura până la 99 intervale consecutive de timp utilizând unul sau doi senzori. Fiecare senzor conține o sursă de radiație infra-roșie emisă printr-un orificiu sub forma unui fascicol îngust și un receptor. Intervalele de timp $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{99}$ sunt intervalele, în care obturatorul pendulului de torsiune (fig. 1) acoperă, descoperă, apoi din nou acoperă și din nou descoperă fascicolul unui senzor ș. a. m. d. [1].

II. CONSIDERAȚII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE

Aplicarea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație la cazul oscilațiilor mici ale pendulului de torsiune (fig. 1) conduce la următoarea ecuație diferențială:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\pi G}{2I_0} \cdot \frac{D^4}{16l} \varphi = 0, \quad (1)$$

unde φ este unghiul de răsucire a firului elastic de suspensie, I_0 este momentul de inerție al pendulului fără masele simetrice m , l este lungimea firului de suspensie, D este diametrul firului, iar G este modulul de forfecare al materialului firului.

Din (1) rezultă formula pentru perioada oscilațiilor neamortizate ale pendulului descărcat:

$$T_0^2 = \frac{128\pi I_0 l}{GD^4}. \quad (2)$$

Dacă oscilațiile sunt amortizate atunci are loc relația

$$\beta^2 + 4\pi^2/T_0'^2 = 4\pi^2/T_0^2, \quad (3)$$

unde T_0' este perioada oscilațiilor amortizate, iar β este coeficientul de amortizare, care poate fi determinat experimental cu ajutorul relației [2]

$$\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2) \quad (4)$$

valabilă în cazul când faza inițială a oscilațiilor este nulă, valoare ce poate fi asigurată în experiment. Relația (4) poate fi considerată ca o funcție liniară de forma $Y = pX + b$, unde $X = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2$ și $Y = \ln(t_{4n+1}/t_1)$, iar panta dreptei coincide cu valoarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor. Termenul liber se ia $b \neq 0$ pentru a putea depista și elimina influența unei eventuale erori sistematice asupra pantei drepte, adică asupra valorii coeficientului de amortizare β . Softul propus permite achiziția intervalelor de timp t_1, t_2, t_3, \dots , construirea dreptei (4), precum și calculul valorii coeficientului de amortizare β și a erorii standard a acestuia.

În figura 2 este reprezentat graficul construit pentru 15 oscilații complete ale pendulului de torsiune, pentru

coeficientul de amortizare obținându-se valoarea $\beta = (5,85 \pm 0,09) \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Dacă bara orizontală a pendulului se încarcă pe rând la

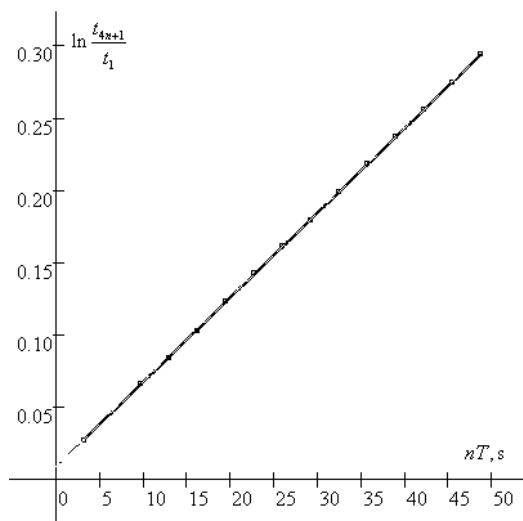


Fig. 2

diferite distanțe x (fig. 1) cu câte două corpuri cilindrice identice de masa m fiecare (pentru echilibrarea sistemului), atunci în conformitate cu teorema lui Steiner momentul de inerție al sistemului devine

$$I = I_0 + mh^2/6 + mR^2/2 + 2mx^2, \quad (5)$$

unde R este raza cilindrului, iar h este înălțimea lui. În acest caz, perioada oscilațiilor neamortizate T ale pendulului de torsiune se va determina de relația

$$T^2 = \frac{128\pi(I_0 + mh^2/6 + mR^2/2 + 2mx^2)l}{GD^4}. \quad (6)$$

Ținându-se seama de relația (2), din (6) se obține

$$T^2 - T_0^2 = \frac{128\pi m(h^2/6 + R^2/2 + 2x^2)l}{GD^4}. \quad (7)$$

Dacă se ia în seamă amortizarea oscilațiilor, atunci

$$\frac{1}{T'^2 - T_0'^2} = G \cdot \frac{D^4}{128\pi m(h^2/6 + R^2/2 + 2x^2)l \left(1 + \frac{\beta^2}{4\pi^2}\right)}. \quad (8)$$

unde T_0' și T' sunt perioadele oscilațiilor amortizate ale pendulului descărcat și, respectiv, încărcat cu greutate. Modul de utilizare a acestei relații pentru determinarea modului de forfecare G a firului elastic este dictată de condițiile experimentului. Relația (8) poate fi considerată ca o funcție liniară de forma $Y = pX + b$, unde

$$Y = \frac{1}{T'^2 - T_0'^2}, \quad (9)$$

$$X = \frac{D^4}{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2\right) l \left(1 + \frac{\beta^2}{4\pi^2}\right)},$$

iar panta dreptei coincide cu modulul de forfecare $p = G$. Conform (9) $b = 0$. Însă în experiment se comit anumite erori și $b \neq 0$. Experimental vom putea considera că dreapta trece prin origine dacă se va obține $\Delta b \geq b$.

Softul propus permite construirea graficului dreptei (9) după $n \geq 5$ puncte experimentale obținute în rezultatul efectuării a $n \geq 5$ serii de măsurări, existând posibilitatea

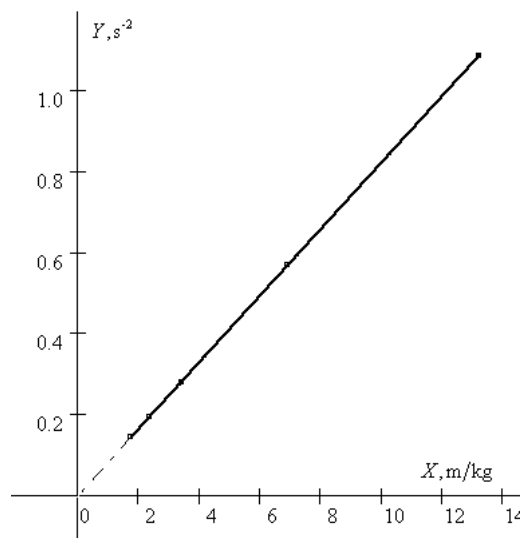


Fig. 3

repetării fiecărei serii de până la 10 ori. Fiecărei serii îi corespunde o anumită distanță x a cilindrului identici de la axa de rotație. Softul permite, de asemenea, calculul pantei drepte, adică a modului de forfecare G și a erorii standard a acestuia ΔG .

În figura 3 este reprezentat graficul dependenței (9) obținut în rezultatul efectuării a 5 serii a câte 15 perioade de măsurări a intervalelor de timp $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{61}$. A fost utilizat un fir de suspensie de oțel cu diametrul de 1 mm și lungimea de 0,186 m. Pentru modulul de forfecare s-a obținut valoarea $G = (8,21 \pm 0,04) \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ care coincide cu datele tabelare pentru astfel de materiale. Valoarea termenului liber și a erorii standard a acestuia $b \approx \Delta b \approx 0,001 \text{ s}^{-2}$ ceea ce înseamnă că în limitele erorilor comise în experiment dreapta (9) trece prin originea de coordonate după cum o cere relația teoretică.

III. CONCLUZII

Utilizarea cronometrului electronic interfațat calculatorului și a softului elaborat pentru studiul oscilațiilor de torsiune permite apropierea lucrării de laborator de o cercetare adevărată, ceea ce creează condiții favorabile pentru însușirea mai profundă și mai eficientă de către studenți a metodelor de cercetare experimentală.

REFERINȚE

- [1] A. Rusu, C. Pîrțac, S. Rusu. **Trusa de mecanică asistată de calculator. Procesarea datelor.** Fizica și tehnologii moderne. V 6, Nr. 3-4 (23-24), 2008, p. 10-21.
- [2] A. Rusu, C. Pîrțac. Lucrări de laborator de Mecanică asistate de calculator. În materialele celei de a 3-a conferințe internaționale "Telecommunications, Electronics and Informatics", Volumul II, p. 453-460, Chisinau, Mai, 2010.