Aplicarea metodelor teoriei sistemelor impulsive cu parametri distribuiți pentru obținerea proceselor în structuri parțial omogene la perturbări periodice cu impuls

Gheorghi CEBAN
Technical University of Moldova
gceban@mail.utm.md

Abstract. ***Este propusă o metodă de determinare a proceselor în sisteme cu parametri distribuiți şi control discret impulsiv (SPD) pentru care partea continuă poate fi interpretată în formă de sistem impulsiv echivalent cu parametri concentrați ceia ce permite aplicarea metodelor teoriei sistemelor impulsive cu parametri concentrați şi control nemişcat la determinarea proceselor în SPD de tip ondulatoriu cu control dinamic discret impulsiv şi procesul poate fi reprezentat în formă analitică finită.***

Cuvinte cheie:structuri oscilatorii neomogene,sisteme cu parametri distribuiți, sisteme cu impulsuri, functia standadizatoare, funcția de transfer, D-transformata,L-transformata.

Se consideraă structuri oscilatorii neomogene unidimensionale care constau din diferite medii omogene la perturbări exterioare periodice de impuls. Asemenea structuri se întîlnesc într-o serie de probleme practice cum ar fi de exemplu la cercetarea dinamicii lanțurilor de tracțiune a transportatoarelor din mine, coloanelor de țevi la foraj, sistemelor de țevi conductoare, proceselor de ciocnire reciprocă a corpurilor solide şi a altor mulțimi de obiecte cu parametri distribuiți, care acționează în condițiile perturbațiilor dinamice ciclice.

Admitem că perturbările impulsiv periodice ale sarcinei exterioare care acționează asupra sistemului au forma unei consecutivitați de impulsuri instantanee de perioada T şi intensitatea h

$$\varphi(t)=h\sum_{\nu=0}^{\infty}\delta(t-\nu), \qquad (1)$$

unde $\delta(t)$ -delta funcția Dirac.

Dacă sistemul neomogen oscilatoriu constă din S unități (blocuri, lanțuri) omogene diferite cu parametri distribuiți, atunci dinamica componentei cu numărul **i** este descrisă de următoarea problemă de frontieră:

$$\begin{cases} -\partial Q_{1i}(x,t)/\partial x = k_{1i}\partial Q_{2i}(x,t)/\partial t \\ -\partial Q_{2i}(x,t)/\partial x = k_{2i}\partial Q_{1i}(x,t)/\partial t \end{cases} \qquad (2)$$

unde $L_{i-1} < x < L_i$, $L_0=0$, $L_n = \sum_{i=1}^{n} l_i$ si l_i – corespunzator lungimea lanțului i; k_{1i}, k_{2i} - coeficienti reali ce depind de proprietațile sistemului inițial; Q_{1i}, Q_{2i} -parametri generalizati (presiunea si consumul, viteza de rotatie si momentul de torsiune, viteza liniara si forta dea lungul axei longitudinale e.t.c.).

Conditiile initiale

$$\begin{cases} Q_{ni}(x,0)=0, \\ \dfrac{\partial Q_{ni}(x,0)}{\partial t}=0, n=1,2\,. \end{cases} \qquad (3)$$

Condițiile de frontiera:

$$\begin{cases} Q_{1i}(L_{i-1},t)=Q_{1ih}(t), \\ Q_{2i}(L_i,t)=Q_{2if}(t), \\ Q_{1s}(L_{i-1},t)=Q_{1sh}(t) \\ Q_{1s}(L_s,t)=\mu_s Q_{2s}(L_s,t) \end{cases} \qquad (4)$$

unde $Q_{1h}=\varphi(t)$, iar μ_s - o constanta arbitrara, ce determina caracterul legaturii blocului s cu sarcina.

Metoda de rezolvare a problemei de frontiera(2)-(4) se bazeaza pe reducerea sistemului initial cu parametri distribuiti la sisteme neomogene corespunzatoare cu impulsuri [1]-[4].

Din (2)-(4) rezulta

$$\frac{\partial^2 Q_{1i}(x,t)}{\partial t^2}-\frac{1}{k_{1i}k_{2i}}\frac{\partial^2 Q_{1i}(x,t)}{\partial x^2}=0\ (2^1),$$

$$Q_{1i}(x,0)=0, \frac{\partial Q_{1i}(x,0)}{\partial t}=0 \qquad (3^1)$$

$$Q_{1i}(L_{i-1},t)=Q_{1ih}(t)$$

$$\frac{\partial Q_{1i}(L_i,t)}{\partial x}=-k_{1i}\frac{\partial Q_{2i}(L_i,t)}{\partial t}= \quad (4^1).$$

$$=k_{1i}\frac{\partial Q_{2if}(t)}{dt}$$

Notînd $1/(k_{1i}k_{2i})=a_i^2$ obtinem:

$$\frac{\partial^2 Q_{1i}(x,t)}{\partial t^2}-a_i^2\frac{\partial^2 Q_{1i}(x,t)}{\partial x^2}=w_{1i}(x,t) \quad (5),$$

$$Q_{1i}(x,0)=0, \frac{\partial Q_{1i}(x,0)}{\partial t}=0 \qquad (6)$$

$$Q_{1i}(L_{i-1},t)=0, Q_{1i}(L_i,t)=0, \qquad (7)$$

unde $w_{1i}(x,t)=-a_i^2\delta^1(x-L_{i-1})Q_{1ih}(t)-k_{1i}pa_i^2\delta(L_i-x)Q_{2i}(L_i,t)$

O caracteristica completa pentru problema (5)-(7) este conform[5]-[6] in forma standarda functia lui Green $G_{1i}(x,\xi,t)$ care pentru orice ε satisface in caz generalizat problema cînd w(x,t)= $\delta(x-\xi)\delta(t)$

$$\frac{\partial^2 G_{1i}(x,\xi,t)}{\partial t^2}-a_i^2\frac{\partial^2 G_{1i}(x,\xi,t)}{\partial x^2}= \qquad (8),$$
$$=\delta(x-\xi)\delta(t)$$

$$G_{1i}(x,\xi,0)=0, \frac{\partial G_{1i}(x,\xi,0)}{\partial t}=0 \qquad (9)$$

$$G_{1i}(L_{i-1},\xi,t)=0, G_{1i}(L_i,\xi,t)=0 \qquad (10).$$

Aplicind L-transformata [5] la problema (8)-(10) cînd imaginea lui $G_{1i}(x,\xi,t)$ este $w_{1i}(x,\xi,p)$ obținem functia de transfer:

$$w_{1i}(x,\xi,p)=\begin{cases}(sh(p(\xi-L_{i-1})/a_i)ch(p(L_i- \\ -x)/a_i))/M, L_{i-1}\le\xi<x\le L_i \\ (sh(p(x-L_{i-1})/a_i)ch(p(L_i- \\ -\xi)/a_i))/M, L_{i-1}\le x<\le L_i\end{cases}$$

unde i=1,2,...,s-1, M= $pa_i ch(pl_i \ /a_i)$

Pentru ultimul bloc cu numarul s are loc: $Q_{1s}(L_{s-1},t)=Q_{1sh}(t); Q_{1s}(L_s,t)=\mu_s$

$$w_{1s}(x,\xi,p)=\begin{cases}sh(p(\xi-L_{s-1})/a_s)(\mu_s ch(p(L_s- \\ -x)/a_s+a_s k_{1s}sh(p(L_s-x)/a_s)/ \\ /A_s, L_{i-1}\le\xi<x\le L_i \\ sh(p(x-L_{s-1})/a_s)(\mu_s ch(p(L_s- \\ -\xi)/a_s+a_s k_{1s}sh(p(L_s-\xi)/a_s)/ \\ A_s, L_{i-1}\le x<\xi\le L\end{cases}$$

unde

$$A_s=a_s p(\mu_s ch(pl_s/a_s)+a_s k_{1s}sh(p/l_s/a_s)$$

Analog pentru al doilea parametru $Q_{2i}(x,t)$:

$$w_{2i}(x,\xi,p)=\begin{cases}(ch(p(\xi-L_{i-1})/a_i)sh(p(L_i- \\ -x)/a_i))/M, L_{i-1}\le\xi<x\le L_i \\ (ch(p(x-L_{i-1})/a_i)sh(p(L_i- \\ -\xi)/a_i))/M, L_{i-1}\le x<\le L_i\end{cases}$$

unde i=1,2,...,s-1, M= $pa_i ch(pl_i \ /a_i)$

$$w_{2s}(x,\xi,p)=\begin{cases}ch(p(\xi-L_{s-1})/a_s)(ch(p(L_s- \\ -x)/a_s+a_s k_{2s}\mu_s sh(p(L_s- \\ -x)/a_s)/A_s, L_{s-1}\le\xi<x\le L_s \\ ch(p(x-L_{s-1})/a_s)(ch(p(L_s- \\ -\xi)/a_s+a_s k_{2s}\mu_s sh(p(L_s- \\ -\xi)/a_s)/A_s, L_{s-1}\le x<\xi\le L_s\end{cases}$$

şi

$$A_s=a_s p(\mu_s ch(pl_s/a_s)+a_s k_{1s}sh(p/l_s/a_s)$$

.

Din expresiile obtinute se observa ca funcțiile de transfer de bază a blocurilor componente depind de $e^{\alpha_i p}$, unde α_i - numere reale. Deci aceste blocuri sunt blocuri cu impulsuri si structura corespunzatoare poate fi interpretata in forma unei sisteme echivalente impulsive cu un anumit numar de integratoare.

O asemenea abordare permite de a aplica metodele teoriei structurale[1] a sistemelor de dirijare impulsive cu parametri distribuiti la obtinerea si cercetarea proceselor în structurile oscilatorii omogene pe porțiuni propuse initial.

Din schema ctructurala a sistemului deteterminăm [2] funcția de transfer a parții continui, iar apoi a sistemului impulsiv cu parametri distribuiti.

In particular, pentru o structura care consta din trei blocuri conectate consecutiv, notind

$\sqrt{k_{1i}/k_{2i}} = \rho_i$ impedanța caracteristica a blocului **i;** $\sqrt{k_{1i}k_{2i}} = \gamma_i$ -coeficientul de propagare a undei in blocul **i**; $\tau_i = \gamma_i l_i$ - timpul de propagare (calatorie) a undei in blocul **i** obtinem:

$$\overline{Q}_{11}(\eta_{11}, p) = (ch(\tau_1 p(L_1/l_1 - \eta_{11}))\overline{\varphi}(p) - \\ - \rho_1 sh(\tau_1 p \eta_{11})\overline{Q}_{21f}(p))/ch(\tau_1 p)$$

$$\overline{Q}_{12}(\eta_{12}, p) = (ch(\tau_2 p(L_2/l_2 - \eta_{12}))Q_{12h}(P) - \\ - \rho_2(sh(\tau_2 p(\eta_{12} - L_1/l_2))\overline{Q}_{22}(p))/ch(\tau_2 p)$$

$$\overline{Q}_{13}(\eta_{13}, p) = (\mu ch(\tau_3 p(L_3/l_3 - \eta_{13})) + \\ + \rho_3 sh(\tau_3 p(L_3/l_3 - \eta_{13})))\overline{Q}_{13h}(p)/ \\ /(\mu ch(\tau_3 p) + \rho_3 sh(\tau_3 p))$$

$$\overline{Q}_{21}(\eta_{21}, p) = ((1/\rho_1)sh(\tau_1 p(L_1/l_1 - \eta_{21}))\overline{\varphi}(p) + \\ + ch(\tau_1 p \eta_{21})\overline{Q}_{21f}(p))/ch(\tau_1 p)$$

$$\overline{Q}_{22}(\eta_{22}, p) = ((1/\rho_1)sh(\tau_2 p(L_2/l_2 - \\ - \eta_{22}))\overline{Q}_{12h}(p) + ch(\tau_2 p(\eta_{22} - L\ \ /l_2))\overline{Q}_{22f}(p))/ \\ /ch(\tau_2 p)$$

$$\overline{Q}_{23}(\eta_{23}, p) = (ch(\tau_3 p(L_3/l_3 - \eta_{23})) + \\ (\mu/\rho_3)sh(\tau_3 p(L_3/l_3 - \eta_{23})))\overline{Q}_{13h}(p)/ \\ /\mu ch(\tau_3 p) + \rho_3 sh(\tau_3 p)) unde$$

$\eta_{ij} = x/l_i, i = 1,2,3; j = 1,2.$

Excluzind parametrii intermediari si tinind cont de conditiile de conjugare in punctele x=L_i, i=1,2 obtinem procesul in forma

$$\overline{Q}_{23}(x, p) = \rho_2 \overline{\varphi}(p) ch(\tau_2 p)(\rho_3 ch(\gamma_3 p(L_3 - x)) + \\ + \mu_3 sh(\gamma_3 p(L_3 - x)))/(\mu ch(\tau_3 p) + \\ \rho_3 sh(\tau_3 p))/(\rho_3 ch(\tau_2 p)(\rho_3 sh(\tau_3 p) + \\ + \mu_3 ch(\tau_3 p)) + \rho_2 sh(\tau_2 p)(\rho_3 ch(\tau_3 p) + + \\ \mu_3 sh(\tau_3 p)))(\rho_1 sh(\tau_1 p) sh(\tau_2 p) + \\ \rho_2 ch(\tau_1 p) ch(\tau_2 p)) + \rho_1 \rho_2 sh(\tau_1 p) ch(\tau_1 p) \\ (\rho_3 ch(\tau_3 p) + \mu_3 sh(\tau_3 p)$$

Literatura

[1].ButcovskiiA.G. Structurnaia teoria raspredelennîh sistem. Moscova.: Nauca, 1977.
[2].ButcovskiiA.G.Haracteristichi sistem s raspredelennîmi parametrami. Moscva.: Nauca, 1979.
[3].ButcovskiiA.G., Pustîlnicov L.M. Teoria podvijnogo upravlenia sistemami s raspredelennîmi parametrami. Moscva.: Nauca, 1980.
[4].Kadimov I.B., Aliev N.H.,Mamedov A.I. Cislennii metod rasciota perehodnih protesov v slojnih neodnorodnih cictemah s raspredelennimi parametrami. Abtomatica i telemehanica,№10,1976.
[5].Hovanschii A.N.Prilojenia țepnîh drobei i ih obobşcenii k voprocam priblijennogo analiza.Moscva.:Gostehizdat, 1956.
[6].Țîpkin I.Z. Teoria lineinîh impulisnîh sistem.-Moscva: Fizmatgiz, 1963