

Acordarea Regulatorilor la Model de Obiect cu Inerție de Ordinul Unu

Bartolomeu IZVOREANU, Dumitru MORARU, Irina COJUHARI, Ion FIODOROV

Technical University of Moldova

izvor@mail.utm.md, kod4777@gmail.com; cojuhari_irina@mail.utm.md, fiodorov_ion@yahoo.com

Abstract — În lucrare se propune un algoritm iterativ de acordare a regulatorilor tipizate P, PI și PID la modelul obiectului cu inerție de ordinul unu. Algoritmii propusi de acordare a parametrilor regulatorilor P, PI, PID utilizează metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. În rezultatul studiului se propune algoritmul de acordare a parametrilor regulatorilor P, PI, PID la modelul obiectului și procedura iterativă care utilizează dependența parametrilor regulatorului de valoarea gradului maximal de stabilitate al sistemului proiectat. Se analizează exemplul de acordare a parametrilor regulatorilor P, PI, PID după procedura propusă.

Index Terms — modelul obiectului cu inerție de ordinul unu, regulator, acordarea regulatorilor, metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații.

I. INTRODUCERE

În industrie există procese care au o evoluție lentă. La automatizarea acestor procese industriale modelele matematice atașate proceselor din considerente de a reduce volumul calculelor se aproximează cu modele de obiecte cu inerție de ordinul unu [1,2].

În lucrare se analizează modele de obiecte cu inerție de ordinul unu prezentate prin funcția de transfer în forma:

$$H(s) = \frac{k}{Ts+1}, \quad (1)$$

unde k este coeficientul de transfer și T - constanta de timp a modelului obiectului.

Pentru aceste modele de obiecte prezentate cu relația (1) cu parametrii cunoscuți k , T , se propune de acordat regulatori de tipul P, PI și PID.

Pentru acordarea regulatorilor de tipul PID la modelul (1) pot fi utilizate metodele: metoda frecvențială și metoda optimizării parametrice.

Metoda frecvențială este însoțită de un volum mare de calcule și de construcții grafice. Metoda optimizării parametrice este dificilă de oarece utilizează calculul integralelor, obținerea sistemului de ecuații algebrice, soluționarea și optimizarea parametrilor algoritmului de reglare.

În lucrare se propune de a utiliza metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații pentru acordarea regulatorilor P, PI, PID la modelul de obiecte (1). Se analizează exemple de acordare a regulatorilor PI și PID la modelele de obiecte descrise de (2).

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea regulatorilor P, PI și PID la modelul obiectului (2) prin metoda gradului maximal de stabilitate se utilizează metoda optimizării parametrice.

II. ALGORITMUL DE ACORDARE A REGULATORILOR

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat alcătuită din regulator cu f.d.t $H_R(s)$ și obiect cu f.d.t $H_{PF}(s)$ (1) prezentată în fig. 1.

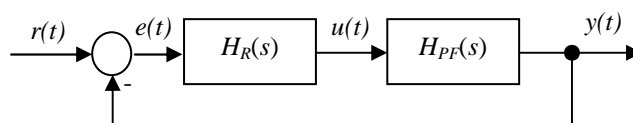


Fig. 1. Schema structurală a sistemului automat.

Vom a acorda algoritmi tipizați de reglare P, PI și PID la modelul obiectului cu parametri cunoscuți prezentat prin relația (1), folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3-6].

Pentru acordarea regulatorului P după metoda GMS se obțin următoarele expresii algebrice pentru parametrii de acord ai regulatorului, care prezintă expresii analitice de forma:

$$k_p = \frac{1}{k}(TJ - 1), \quad (2)$$

Pentru acordarea regulatorului PI după metoda GMS se obțin următoarele expresii algebrice pentru parametrii de acord ai regulatorului, care prezintă expresii analitice de forma:

$$k_p = \frac{1}{k}(2TJ - 1), \quad (3)$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-TJ^2 + J) + k_p J = \frac{TJ^2}{k}. \quad (4)$$

Pentru acordarea regulatorului PID după metoda GMS se obțin următoarele expresii algebrice pentru parametrii de acord ai regulatorului, care sunt expresii analitice de variabila necunoscută a gradului maximal. Dar pentru acest model matematic al obiectului se obțin două expresii care conțin trei parametri necunoscuți k_p , k_i și k_d ai regulatorului PID și necunoscută este și gradul maximal de stabilitate J (ca variabilă independentă). Pentru a soluționa această problemă se propune de a da o valoare constantă a

unui parametru a regulatorului PID. Se propun două variante:

1) se alege parametrul k_p a componentei proporționale din condiția:

$$k_p = \frac{1}{k}, \quad (5)$$

unde k este coeficientul de transfer a obiectului.

Având relația (5) se obțin expresiile analitice pentru parametrii k_i și k_d ai regulatorului PID în forma:

$$k_d = \frac{-2TJ+1+kk_p}{2k_j} = \frac{1}{k_j} (-TJ + 1), \quad (6)$$

$$k_i = \frac{1}{k} (-TJ^2 + J) - k_d J^2 + k_p J = \frac{1}{k} (-TJ^2 + J) \quad (7)$$

2) se alege parametrul k_d a componentei derivate din condiția:

$$k_d = nk, \quad (8)$$

unde k este coeficientul de transfer a obiectului, iar n un număr întreg.

Având relația (8) se obțin expresiile analitice pentru parametrii k_p și k_i ai regulatorului PID în forma:

$$k_p = \frac{1}{k} (2TJ - 1) + 2k_d J = \frac{1}{k} (2J(T + kk_d) - 1), \quad (9)$$

$$k_i = \frac{1}{k} (-TJ^2 + J) - k_d J^2 + k_p J = \frac{1}{k} (T + kk_d). \quad (10)$$

Parametrii de acord ai reguletoarelor P, PI, PID k_p , k_i , k_d sunt funcții de parametri cunoscuți ai obiectului și de gradul de stabilitate J necunoscut al SRA: $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ (vezi relațiile (2)-(10)). Conform acestor relații la valorile cunoscute ale parametrilor obiectului și la variația gradului de stabilitate $J \geq 0$ în limitele respective se efectuează calculele și se construiesc funcțiile $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ pentru parametrii de acord ai reguletoarelor P, PI și PID.

Pentru tipul selectat de regulator pe curbele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ se aleg iterativ seturi de valori ale parametrilor $J - k_p$, k_i , k_d pentru diverse valori ale variabilei J . Pentru fiecare set de valori a parametrilor de acord ai reguletoarelor sistemul automat se simulează pe calculator utilizând pachetul de programe MATLAB sau KOPRAS. După procesele tranzitorii ale sistemului automat se determină performanțele sistemului. Procedura se repetă iterativ până când vor fi determinate performanțele optime ale sistemului automat proiectat.

III. APLICAȚII ȘI SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a reguletoarelor P, PI, PID la modelul obiectului (1) vom admite valori arbitrare ale parametrilor obiectului și valorii n :

$$k = 0,5, \quad T = 20 \text{ s}, \quad n = 4, \quad k_d = 2.$$

Pentru parametrii dați a modelului obiectului s-au efectuat calculele respective: pentru regulatorul P după relația (2) s-au obținut curba $k_p=f(J)$ prezentată în fig. 2, a, pentru regulatorul PI după relațiile (3), (4) s-au obținut curbele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$ prezentate în fig. 2, b, pentru regulatorul PID se analizează două variante: regulatorul PID1 după relațiile (5) – (7) și regulatorul PID2 după relațiile (8)-(10), iar curbele obținute $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ sunt respectiv prezentate în fig. 2, c, d.

S-au determinat seturi de valori a parametrilor de acord ai reguletoarelor P, PI, PID după curbele din fig. 2, a-d, care sunt prezentați în tabelul 1-4 (câte cinci iterații de calcul).

S-au efectuat simulările pe calculator în mediul MATLAB a sistemului automat cu regulatorul P, PI, PID respectiv după datele din tabelele 1-4, iar schema de simulare este dată în fig. 3. În rezultatul simulării s-au obținut procesele tranzitorii a SA cu regulatorul P (fig. 4), iar procesele tranzitorii a SA cu regulatorul PI, PID respectiv care sunt prezentate în fig. 5, a-c (numerotarea curbelor corespunde numărului iterației din tabelele respective), iar performanțele SA sunt date în tabelele 1-4 (partea dreaptă a tabelelor).

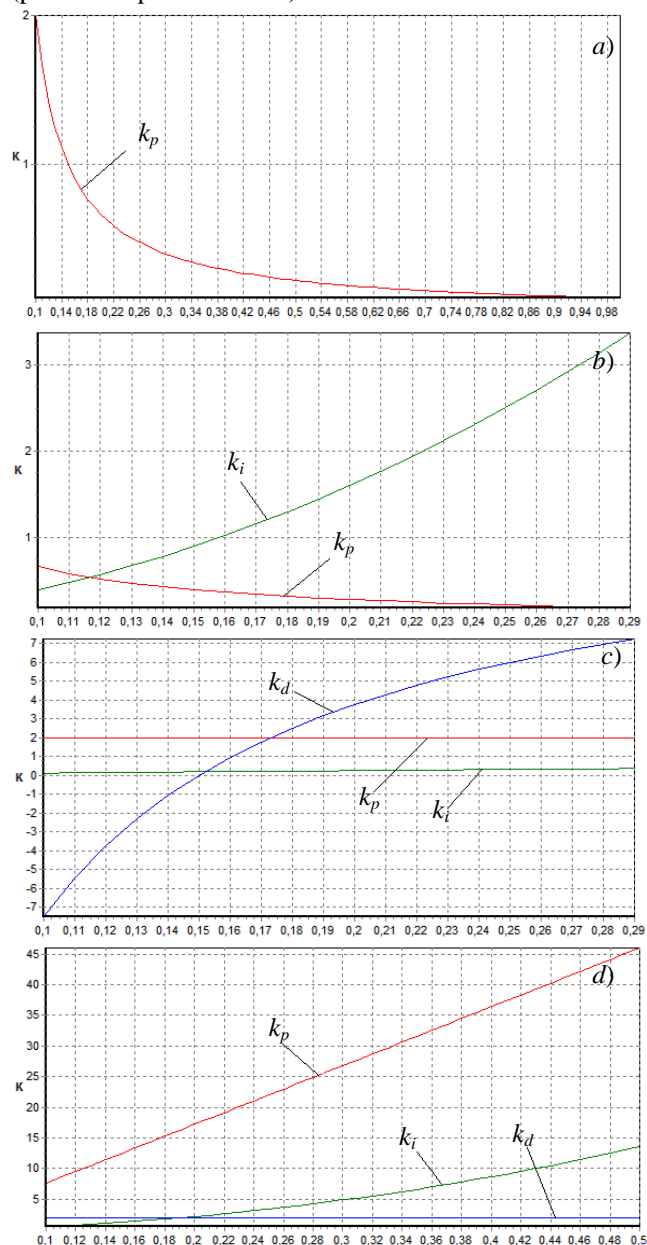


Fig. 2. Dependența parametrilor regulatorului P (a), PI (b), PID1 (c), PID2 (d) de gradul de stabilitate.

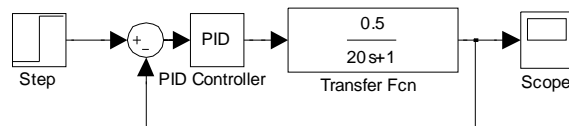


Fig. 3. Schema de simulare pe calculator a sistemului automat.

TABELUL 1. PARAMETRII REGULATORULUI P ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT

Nr. iter.	J	k_p	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0,1	2	22,9	-	22,9	-
2	0,2	6	14,8	-	14,8	-
3	0,3	10	9,7	-	9,7	-
4	0,4	14	7,2	-	7,2	-
5	0,8	30	3,5	-	3,5	-

TABELUL 2. PARAMETRII REGULATORULUI PI ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT

Nr. iter.	J	k_p	k_i	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0,1	6	0,4	15,1	-	15,1	-
2	0,4	30	6,4	2,2	11,0	9,4	1
3	0,6	46	14,4	1,3	12,7	6,3	1
4	0,8	62	25,6	0,9	14,1	4,7	1
5	1,0	78	40	1,7	15,4	3,7	1

TABELUL 3. PARAMETRII REGULATORULUI PID1 ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d, s	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0,04	2	0,08	10	84,7	-	84,7	-
2	0,041	2	0,082	8,78	81,4	-	81,4	-
3	0,042	2	0,084	7,62	78,8	-	78,8	-
4	0,048	2	0,096	1,67	63,9	-	63,9	-
5	0,049	2	0,098	0,82	61,8	-	61,8	-

TABELUL 4. PARAMETRII REGULATORULUI PID2 ȘI PERFORMANȚELE SISTEMULUI AUTOMAT

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
1	0,1	6,4	0,42	2	14,9	-	14,9	-
2	0,3	23,2	3,78	2	3,2	9,2	12	-
3	0,6	48,4	15,1	2	1,3	11,8	6,2	-
4	0,8	65,2	26,9	2	0,95	12,9	4,6	-
5	1,0	82	42	2	0,65	13,9	3,7	-

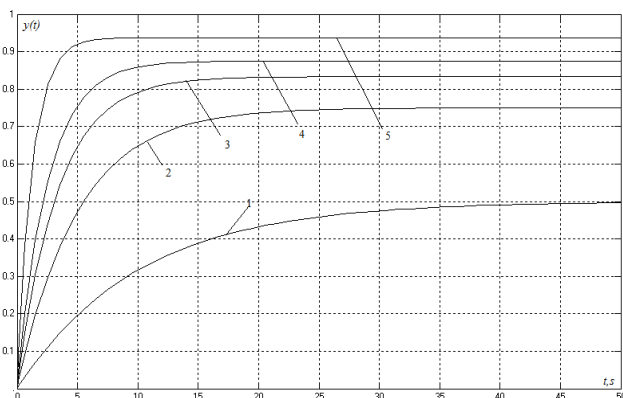


Fig. 4. Procese tranzitorii ale SA cu regulator P.

În cazul SA cu regulatorul PI la variația lui $J=0,1 \dots 1,0$ parametrii se modifică $k_p = 6 \dots 78$, $k_i = 0,4 \dots 40$, iar performanțele sunt:

$t_c = 15,1 \dots 0,7 s$, $\sigma = 0 \dots 15,4 \%$, $t_r = 15,1 \dots 3,7 s$.

În cazul SA cu regulatorul PID1 cu valoarea lui $k_p = 2$ la variația lui $J=0,01 \dots 0,05$ parametrii se modifică $k_d = 60 \dots 0$, $k_i = 0,04 \dots 0,1$, iar performanțele sunt:

$t_c = 90 \dots 59,7 s$, $\sigma = 0$, $t_r = 90 \dots 59,7 s$.

Pentru cazul SA cu regulatorul PID2 analiza s-a efectuat pentru trei valori a parametrului k_d :

- la valoarea lui $k_d = 2$ și la variația lui $J=0,1 \dots 1,0$ parametrii se modifică $k_p = 6,4 \dots 82$, $k_i = 0,42 \dots 42$, iar performanțele sunt:

$t_c = 14,9 \dots 0,65 s$, $\sigma = 0 \dots 14 \%$, $t_r = 14,9 \dots 3,7 s$.

- la valoarea lui $k_d = 3$ și la variația lui $J=0,1 \dots 1,0$ parametrii se modifică $k_p = 6,3 \dots 84$, $k_i = 0,43 \dots 43$, iar performanțele sunt:

$t_c = 15,0 \dots 0,6 s$, $\sigma = 0 \dots 13,6 \%$, $t_r = 15,0 \dots 3,7 s$.

- la valoarea lui $k_d = 4$ și la variația lui $J=0,1 \dots 1,0$ parametrii se modifică $k_p = 6,8 \dots 86$, $k_i = 0,44 \dots 44$, iar performanțele sunt:

$t_c = 14,8 \dots 0,6 s$, $\sigma = 0 \dots 12,6 \%$, $t_r = 14,8 \dots 3,6 s$.

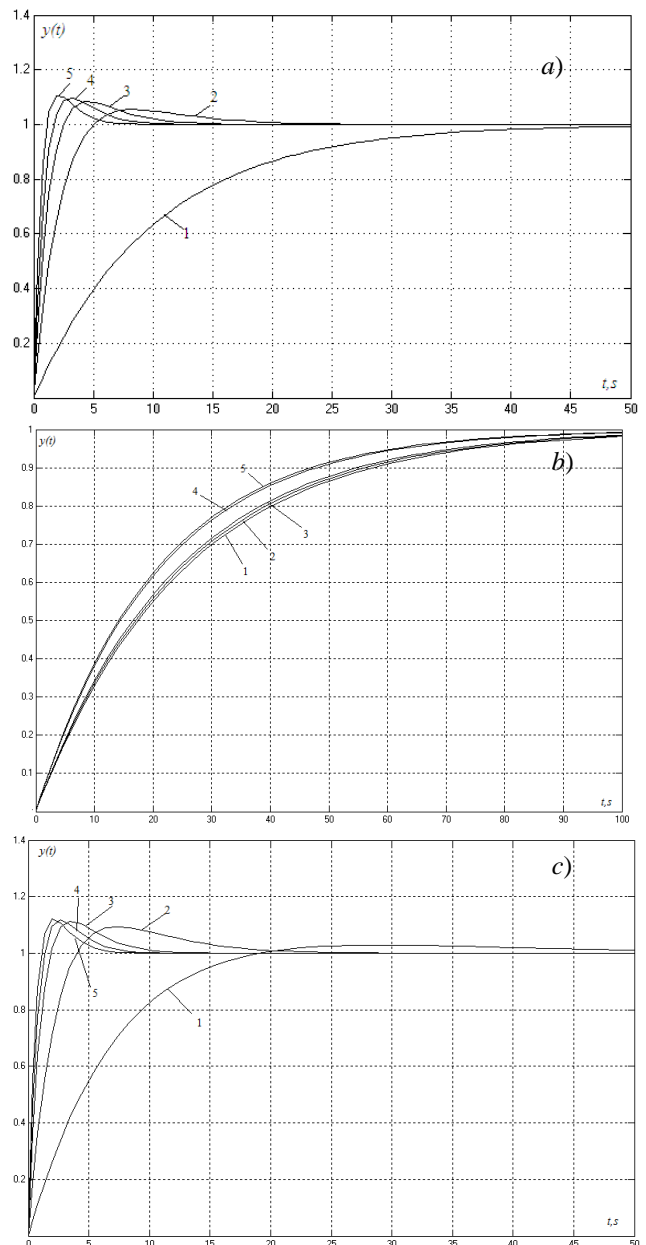


Fig. 5. Procese tranzitorii ale SA cu regulator PI, PID1, PID2.

Analizând rezultatele obținute la acordarea reguletoarelor P, PI, PID la modelul obiectului cu inerție de ordinul unu (1) se constată:

Pentru SA cu regulatorul P procesul aperiodic cu creșterea valorii lui k_p se reduce timpul de reglare.

Pentru SA cu regulatorul PI cu creșterea parametrilor k_p , k_i se reduce timpul de reglare, dar crește suprareglajul.

Pentru SA cu regulatorul PID1 parametrul k_p este constant, k_i lent crește și k_d se reduce la zero (regulatorul PID ia forma regulatorului PI), iar procesul tranzitoriu este foarte lent.

Pentru SA cu regulatorul PID2 parametrul k_d este constant, iar k_i și k_p cresc și procesul tranzitoriu devine mai rapid, se reduce timpul de reglare, dar crește lent suprareglajul.

Performanțele SA cu regulatorul PID2 cu parametrii acordați după relațiile (8)-(10) sunt cu mult mai ridicate (performanțele pot fi și mai ridicate odată cu creșterea gradului maximal de stabilitate) decât performanțele SA cu regulatorul PID1 calculat după relațiile (5)-(7).

Comparând performanțele SA cu regulatorul PI și a SA cu regulatorul PID2 se constată că au aceleași performanțe, dar expresiile de calcul a parametrilor diferă.

IV. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică de acordare a reguletoarelor de tipul P, PI, PID la model de obiecte cu inerție de ordinul unu.

- Pentru SA cu regulatorul P acordat după metoda GMS cu creșterea lui k_p se obține un proces tranzitoriu optimal a sistemului (timpul de reglare se reduce până la $t_r = 3,5$ s).

- Pentru SA cu regulatorul PI acordat după metoda GMS odată cu creșterea valorilor parametrilor k_p , k_i procesul tranzitoriu aperiodic a sistemului are o reducere lentă a timpului de reglare, dar și o creștere tot lentă a suprareglajului.

- Pentru SA cu regulatorul PID1 acordat după metoda GMS procesul tranzitoriu aperiodic este foarte lent.

- Pentru SA cu regulatorul PID2 acordat după metoda GMS odată cu creșterea valorilor parametrilor k_p , k_i procesul tranzitoriu aperiodic a sistemului are o reducere lentă a timpului de reglare, dar și o creștere lentă a suprareglajului.

- SA cu regulatorul PI și SA cu regulatorul PID2 cu creșterea parametrilor au aceleași performanțe (parametrii puțin diferă).

BIBLIOGRAFIE

- [1] R. K. Dorf, R. X. Bishop. *Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoriya Bazovîh Znaniy, 2004. - 832s.
- [2] Ș. Preitl, R. E. Precup. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Editura Politehnica, 2001. - 334 p.
- [3] G. I. Zagarii, A. M. Shubladze. *Sintez sistem upravlenia na osnove criteria maksimalnoi stepeni ustoiçivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.
- [4] B. Izvoreanu, I. Fiodorov. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. // *In Preprints the Fourth IFAC Conference*

on System Structure and Control. București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.

[5] I. Fiodorov, B. Izvoreanu, M. Pisarenco. Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia. // *În Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul L(LIV), Fasc.5A, Electrotehnică, Energetică, Electronică, 2004, pp. 63-68.*