ASPECTE DE MODELARE A PROCESELOR DE CALCUL PRIN REŢELE PETRI GENERALIZATE STOCASTICE CU ARCE REVERSIBILE

E. Guţuleac
Universitatea Technică a Moldovei

INTRODUCERE

Concepţia unui sistem de calcul bazat pe paralelism şi coperarea componentelor de la specificaţia sa iniţială până la verificarea faptului că dezvoltarea propusă *satisface* cerinţelor de performanţă, necesită un mediu de dezvoltare. În acest context, este de dorit ca într-un astfel de mediu să fie folosit *un singur formalism*, care să aibă capabilităţi suficiente pentru descrierea acţiunilor proceselor cooperante, protocoalelor de comunicaţie, reconfigurarea dinamică în construirea şi validarea modelului sistemului analizat [3].

Reţelele Petri (RP) şi extensiile lor [1, 3, 5, 6] pot fi considerate modele stare-tranziţie care permit verificarea şi evaluarea performanţelor proceselor componente unui sistem cu evenimente discrete.

Pentru a descrie adecvat în cadrul aceluiaşi formalism procesele globale sau specifice de calcul, a efectua verificarea şi apoi evaluarea caracteristicilor numerice de performanţă acestor procese vom defini o clasă de reţele Petri generalizate (eng. Generalized Petri Nets (*GeN*)), cu capacităţi negativ-pozitive ale locaţiilor şi arce reversibile de cardinalitate marcaj dependentă, subiacente reţelelor Petri stocastice generalizate.

1. REŢELE PETRI GENERALIZATE

Fie IZ este mulţimea numerelor întregi, iar $I\!N_+$ este mulţimea numerelor naturale.

Definiţia 1. O reţea Petri generalizată cu capacităţi negativ-pozitive ale locaţiilor şi arce reversibile cu o cardinalitate marcaj-dependentă, numită *GeN*, este o structură de obiecte Γ, redată de 9-tuplul:

Γ =< *P*, *T*, *Pre*, *Post*, *Test*, *Inh*, K_p, *Pri*, *G* >, unde:

- *P* este mulţimea nevidă de *locaţii*, |*P*| = *k*. Locaţiile pot să conţină un număr întreg negativ sau pozitiv de jetoane. În reprezentarea grafică locaţiile sunt redate prin cerculeţe (vezi Fig.1.1);
- *T* este mulţimea nevidă de *tranziţii*, |*T*| = *n* şi $P \cap T = \varnothing$. În reprezentarea grafică tranziţiile sunt redate prin bare sau dreptunghiuri negre;
- *Pre*, *Test* şi $Inh: P \times T \times IZ^{|P|} \to IZ$ sunt funcţii respective ale arcelor de cardinalitate marcaj-dependentă: *Pre* este funcţia de incidenţă înainte, *Test* este funcţia promotor, *Inh* este funcţia de inhibiţie a tranziţiilor, iar funcţia de incidenţă înapoi la tranziţii este $Post: T \times P \times IZ^{|P|} \to IZ$. Aceste funcţii determină o mapare a mulţimii arcelor *A* în mulţimea numerelor întregi *IZ* (negative/pozitive) care determină cardinalitatea marcaj-dependentă a arcelor ce conectează locaţiile (tranziţiile) cu tranziţiile (locaţiile) respective. Mulţimea arcelor *A* este partiţionată în trei submulţimi $A=A_d \cup A_h \cup A_t$, $A_d \cap A_h \cap A_t = \varnothing$, astfel încât A_d determina mulţimea arcelor normale directe prin care se consumă din pre-locaţii sau se produc în post-locaţii jetoane. Aceste arce sunt reprezentate prin săgeţi. Submulţimea A_h şi/sau A_t determina mulţimea arcelor inhibitoare şi/sau test. Acestea nu consumă jetoane. Un arc inhibitor este reprezentat printr-o linie cu un cerculeţ mic la sfârşit, iar un arc test este reprezentat printr-o săgeată cu linie întreruptă. Dacă cardinalitatea unui oarecare arc este egală cu 1 ea nu se menţionează explicit;
- $K_p : P \times IZ^{|P|} \to IZ$ este funcţia de capacitate a locaţiei şi pentru fiecare $p_i \in P$ aceasta este redată respectiv de capacitatea minimă $K_{p_i}^{\min}$ şi de capacitatea maximă $K_{p_i}^{\max}$, astfel încât în locaţia p_i poate să se afle zero, un număr întreg pozitiv (negativ) $-\infty < K_{p_i}^{min} < K_{p_i}^{max} < +\infty$ de jetoane (*antijetoane*). Implicit: $K_{p_i}^{\min} = 0$, iar $K_{p_i}^{\max}$ este considerată nelimitată;
- $Pri: T \times IZ_+^{|P|} \to I\!N_+$ este funcţia de ordonare parţială a lui T care introduce priorităţi dinamice de declanşare a tranziţiilor validate de marcajul curent. Implicit priorităţile nemenţionate ale unor tranziţii t_j sunt considerate nule, adică *Pri*(t_j)= 0;
- $G: T \times IZ^{|P|} \to \{true,\ false\}$ este o funcţie de gardă (eng. *Guard-function*), care pentru orice $t \in T$ determină o funcţie Booleană $g(t, M)$ în marcajul current *M*. Dacă tranziţia *t* este validatată de marcajul curent *M* relativ la arce şi $g(t, M)$ are

valoarea '*true*', atunci tranziţia *t* rămâne validată şi eventual ea poate fi declanşată, iar dacă $g(t, M)$ are valoarea '*false*' - această tranziţie nu este validată. Implicit $g(t, M)$='*true*'. ■

Dinamica funcţionării unei reţelei *GeN* marcate depinde de regulile de schimbare a marcajelor.

La definirea comportamentului dinamic al reţelelor marcate *GeN* sunt acceptate următoarele două ipoteze fundamentale:

Ipoteza 1. Atomicitate. Evaluarea condiţiei de validare şi/sau de executare a regulilor de declanşare a unei tranziţii este o acţiune individuală, indivizibilă şi instantanee;

Ipoteza 2. Nedeterminism. Nu există nici o ordine în privinţa declanşării tranziţiilor care sunt simultan validate (declanşabile), adică alegerea unei declanşări nu este deterministă. Aceste două ipoteze indispensabile sunt folosite la modelarea proceselor cooperante în sistemele de calcul.

Definiţia 2. O reţea *GeN* marcată este sistemul redat de cuplul $\mathcal{N} = <\Gamma, M_0>$, unde Γ este structura reţelei *GeN*, iar M_0 este marcajul ei iniţial ce determină o funcţie de marcare curentă a locaţiilor $M : P \rightarrow IN^+$. Marcajul curent M este descris de un vector coloană $M = (m_i p_i, m_i \neq 0)$, $i = 1,...,n$, $n = |P|$, unde $m_i p_i$, $K_{p_i}^{\min} \leq m_i \leq K_{p_i}^{\max}$, este numărul intreg *pozitiv* (sau *negativ*) $m_i = M(p_i)$ de jetoane (sau antijetoane) în fiecare locaţie. Jetoanele (antijetoanele) grafic sunt reprezentate prin puncte negre (cerculeţe mici). Astfel, *dacă* $K_{p_i}^{\min} \leq m_i < 0$, *atunci* numărul de antijetoane a_i în locaţia p_i este egal cu $a_i = K_{p_i}^{\min} - m_i$. ■

Pentru a defini regulile de funcţionare a reţelei $\mathcal{N}$, introducem următoarele *notaţii:*

- ${}^{\bullet}t = \{p \in P / Pre(t, p) \neq 0\}$ este mulţimea de locaţii incidente la intrarea şi respectiv $t^{\bullet} = \{p \in P / Post(p,t) \neq 0\}$ la ieşirea tranziţiei *t*;
- ${}^{o}t = \{p \in P / Inh(t, p) \neq 0\}$ şi ${}^{*}t = \{p \in P / Test(t, p) \neq 0\}$ este mulţimea locaţiilor de control a lui *t* prin arce inhibitoare şi arce test;
- *If* $(Pre(t_j, p_i) < 0)$ *then* $I_{j,i}^{-} = Pre(t_j, p_i)$;

If $(Post(t_j, p_i) < 0)$ *then* $O_{j,i}^{-} = Post(t_j, p_i)$;

If $(Inh(t_j, p_i) < 0)$ *then* $In_{j,i}^{-} = Inh(t_j, p_i)$;

If $(Test(t_j, p_i) < 0)$ *then* $Ts_{j,i}^{-} = Test(t_j, p_i)$.

Structura reţelei *GeN* determina logica interacţiunii evenimentelor, iar executarea regulilor de funcţionare a reţelei N determină dinamica sa de comportare, precizând cum declanşarea tranziţiilor modifică numărul de jetoane în locaţiile reţelei.

Regula de validare a unei tranziţii. O tranziţie t_j este validată de marcajul curent *M*, notat $M[t_j>$, dacă pentru ea este verificată funcţia Booleană ce determină condiţia sa de validare $ec_j(M)$:

$$ec_j(M) = ec_j^{\mathrm{Pre}}(M) \wedge ec_j^{Post}(M) \wedge ec_j^{Inh}(M)$$

$$\wedge\, ec_j^{Test}(M) \wedge g_j(M)\text{, unde:}$$

- $ec_j^{\mathrm{Pre}}(M) = \underset{\forall p_i \in {}^{\bullet}t_j}{\wedge} ((m_i^e \geq Pre(t_j, p_i))$
$\wedge ((K_{p_i}^{\max} - m_i) \geq -I_{j,i}^{-}))$

este condiţia de validare relativ la arce normale incidente înainte la tranziţia t_j şi la capacităţile locaţiilor $p_i \in {}^{\bullet}t_j$, iar $m_i^e = m_i - K_{p_i}^{\min}$ este numărul efectiv de jetoane în locaţia p_i;

- $ec_j^{Post}(M) = \underset{\forall p_i \in t_j^{\bullet}}{\wedge} ((m_i^e \geq Post(t_j, p_i))$
$\wedge ((K_{p_i}^{\max} - m_i) \geq -O_{j,i}^{-}))$

este condiţia de validare relativ la arce normale ce leagă locaţiile incidente înapoi la tranziţia t_j şi la capacităţile locaţiilor $p_i \in t_j^{\bullet}$;

- $ec_j^{Inh}(M) = \underset{\forall p_i \in {}^{o}t_j}{\wedge} ((m_i^e < Inh(t_j, p_i))$
$\wedge (-m_i^e < In_{j,i}^{-}))$

este condiţia de validare relativ la arce inhibitoare;

- $ec_j^{Test}(M) = \underset{\forall p_i \in {}^{*}t_j}{\wedge} ((m_i^e \geq Test(t_j, p_i))$
$\wedge (m_i^e \geq -Ts_{j,i}^{-}))$

este condiţia de validare relativ la arce test.

Mulţimea tranziţiilor validate de marcajul curent M este notată $T(M)$.

Validarea unei tranziţii nu implică declanşarea sa imediată. La un moment dat putem avea mai multe tranziţii validate, dintre care una singură poate fi selectată pentru a fi declanşată imediat. Declanşarea tranziţiei trebuie înţeleasă doar ca o posibilitate ce decurge din validare. Nu există sincronism în *GeN* şi nici definirea ordinii de declanşare a tranziţiilor validate concurent. Totodată, declanşarea unei tranziţii trebuie considerată ca o acţiune indivizibilă.

Regula declanşării unei tranziţii validate. Tranziţia $t_j \in T(M)$ este declanşată dacă *nu există* o altă tranziţie cu o prioritate superioară ei, $Pri(t_j) > Pri(t_k)$, pentru care sunt verificate precondiţiile sale de validare $t_k \in T(M)$. Declanşarea tranziţiei t_j din *M* conduce la un nou marcaj $M' = M - Pre(t_j,\cdot) + Post(t_j,\cdot)$, unde $Pre(t_j,\cdot)$ şi $Post(t_j,\cdot)$, sunt funcţii induse de matricele *Pre, Post* pe mulţimea tranziţiilor *P* [3, 5]. Faptul declanşării t_j de marcajul curent *M* şi obţinerea unui nou marcaj M' este notat $M[t_j > M'$.

Jetoanele şi antijetoanele ce se află în aceeaşi locaţie imediat se vor *anihila* unele pe altele. Anihilarea este posibilă în fiecare marcaj cu $m_i \neq 0$ şi $a_i \neq 0$ în aceeaşi locaţie p_i. Această acţiune produce un marcaj *instabil* (engl. *vanishing state*) care imediat schimbă cuplul (m_i, a_i) în marcajul ajustat la ($m_i \doteq a_i$, $a_i \doteq m_i$), unde "$x_i \doteq y_i$" este definit astfel:

$$x_i \doteq y_i = \begin{cases} x - y, & \text{dacă} \quad x - y \geq 0, \\ 0, & \text{altfel.} \end{cases}$$

Aceasta implică faptul că în fiecare locaţie p_i putem avea un marcaj curent fie cu $m_i p_i$, $0 \leq m_i \leq K_{p_i}^{\max}$, fie cu $a_i p_i$, $K_{p_i}^{\min} \leq a_i \leq 0$.

În rezultat, *dacă* ($Pre(t_j, p_i) > 0$) *atunci* declanşarea tranziţiei $t_j \in T(M)$ consumă din (produce în) locaţia p_i un număr $Pre(t_j, p_i) > 0$ de jetoane (antijetoane) *altfel* ea produce în (consumă din) aceeaşi locaţie un număr $Pre(t_j, p_i) < 0$ de antijetoane (jetoane). De asemenea, *dacă* **(**$Post(t_j, p_i) > 0$) *atunci* declanşarea tranziţiei $t_j \in T(M)$ produce în (consumă din) locaţia p_i un număr $Post(t_j, p_i)$ de jetoane (antijetoane) *altfel* ea consumă din (produce în) aceeaşi locaţie un număr $Post(t_j, p_i) < 0$ jetoane (antijetoane).

2. PROPRIETĂŢI COMPORTAMENTALE

Notăm că puterea de modelare a reţelelor *GeN* marcate este egală cu maşina Tiuring, deoarece ea conţine arce *inhibitoare* [1, 6]. În [1] a fost demonstrat faptul că pentru o reţea RP cu arce de resetare (eng. *reset arcs*) proprietatea de *accesibilitate* nu este decidabilă. În general, pentru *GeN* marcate proprietăţile de *accesibilitate* nu sunt decidabile, deoarece în această reţea prin funcţii marcaj-dependente $Pre(t_j, p_i) = M(p_i)$ ale arcelor normale pot fi redate arce de resetare a locaţiilor $p_i \in P$. Însă, pentru cazuri particulare unele proprietăţi de comportare sunt decidabile.

Un exemplu de reţea $\mathcal{N}1$ cu capacităţi negative ale locaţiilor şi arce reversibile, cardinalitatea marcaj-dependentă a cărora poate fi negativă este prezentată în fig.1,a, în care capacitatea minimă a locaţiilor este $K_{p_i}^{\min} = -3$, *i*=1,...,4, iar ponderile arcelor sunt: $Pre(t_1, p_1) = -3$, $Pre(t_1, p_2) = 1$, $Post(t_1, p_3) = 2$ şi $Pre(t_1, p_4) = -2$.

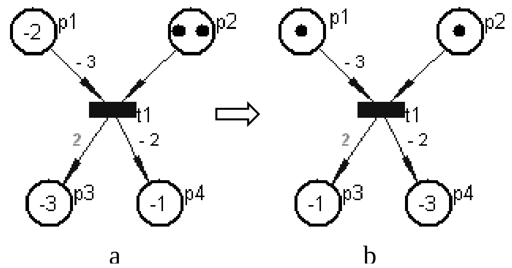

Figura 1. Declanşarea transiţiei reţelei $\mathcal{N}1$.

Marcajul iniţial al reţelei $\mathcal{N}1$ este $M_0 = (-2,\ 2,\ -3,\ -1)$. Declanşarea tranziţiei t_1 produce 3 jetoane în p_1, 2 jetoane în p_3, 1 antijeton în p_2 şi 2 antijetoane în p_4, adică ponderea negativă a arcelor duce la schimbarea direcţiei fluxului de jetoane, modelând astfel arce reversibile. În fig. 1,b este reprezentată schimbarea marcajului M_0, în $M_1 = (1, 1, -1, -3)$, adică $M_0[t_1 > M_1$.

Reţelele *GeN* cu capacitaţi negative ale locaţiilor, $-\infty < K_{p_i}^{min} < K_{p_i}^{max} < +\infty$, şi arce reversibile cu automodificare (p_i, t_j) sau (t_j, p_k) de cardinalitate $-\infty < W_{i,j}, W_{j,k} < +\infty$ pot fi descrise prin reţele *GeN*$^+$ ce *au numai capacităţi pozitive* ale locaţiilor şi numai arce cu automodificare de *cardinalitate pozitivă*.

Pentru a transforma *GeN* în *GeN*$^+$ este necesar de a modifica unele atribute ale *GeN*:

a) pentru $\forall p_i$ a *GeN*$^+$ punem ${}^+K_{p_i}^{\min} = 0$ şi ${}^+K_{p_i}^{\max} = K_{p_i}^{\max} - K_{p_i}^{\min}$, care sunt capacităţile pozitive ale locaţiilor, iar ${}^+M_0(p_i) = M_0(p_i) - K_{p_i}^{\min}$ este marcajul lor iniţial;

b) dacă cardinalitatea unor arce (p_i, t_j) sau (t_j, p_k) poate primi valori $-\infty < W_{i,j} < 0$ sau $-\infty < W_{j,k} < 0$, atunci pentru fiecare t_j, cu mulţimea arcelor $\{(p_i, t_j), (p_l, t_j)\}$ şi mulţimea locaţiilor $\{p_i, p_l\} \in ({}^\bullet t_j \cup {}^\circ t_j \cup {}^* t_j)$ incidente înainte şi celor incidente înapoi $\{(t_j, p_k), (t_j, p_n)\}$ cu $\{p_k, p_n\} \in t_j^\bullet$, introducem câte o nouă tranziţie t'_j, astfel încât incidenţa arcelor $\{(p_l, t'_j)\}$,

$p_l \in ({}^{\bullet}t'_j \cup {}^{\circ}t'_j \cup {}^{*}t'_j)$ şi $\{(t'_j,\, p_n)\}$, $p_n \in t'^{\bullet}_j$ este aceeaşi ca şi pentru t_j. Arcul (p_i, t_j) sau $(t_j,\, p_k)$ ce are pondere negativă este replicat cu sens invers relativ la t'_j, adică $(t'_j,\, p_i)$ sau (p_k, t'_j), iar cardinalitatea acestor arce devine respectiv ${}^{+}W_{j,i} = -W_{i,j} > 0$ sau ${}^{+}W_{k,j} = -W_{j,k} > 0$;

c) pentru GeN^{+} funcţia de gardă a tranziţiei t_j, în dependenţă de orientarea arcelor considerate, devine respectiv:

$${}^{+}g(t_j, {}^{+}M) = g(t_j, M)\,\&\,(W_{i,j} > 0) \text{ sau}$$

$${}^{+}g(t_j, {}^{+}M) = g(t_j, M)\,\&\,(W_{j,k} > 0).$$

În mod similar, pentru tranziţia t'_j punem respectiv:

$${}^{+}g(t'_j, {}^{+}M) = g(t_j, M)\,\&\,(W_{i,j} < 0) \text{ sau}$$

$${}^{+}g(t'_j, {}^{+}M) = g(t_j, M)\,\&\,(W_{j,k} < 0).$$

Obţinând astfel reţeaua GeN^{+}, ea poate fi analizată folosind metodele clasice [1, 3, 5].

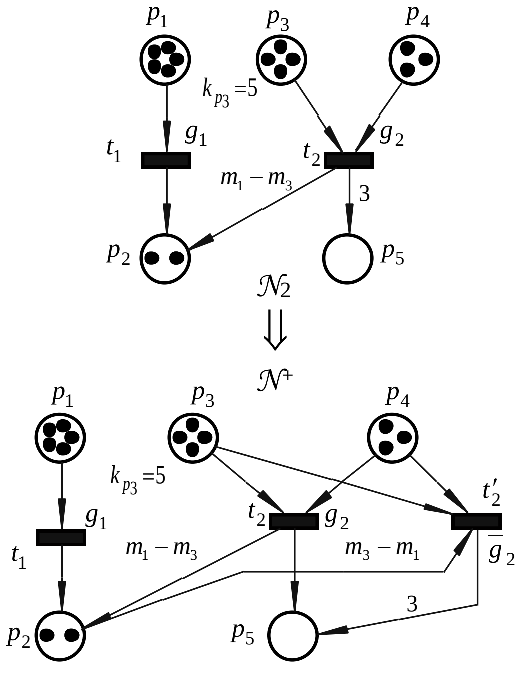

Figura 2. Transformarea reţelei $\mathcal{N}2$ în $\mathcal{N}^{+}2$.

În fig. 2 este prezentat un exemplu de o astfel de transformare pentru reţeaua *GeN* $\mathcal{N}2$ în GeN^{+} $\mathcal{N}^{+}2$.

Din punct de vedere al modelării reţelele *GeN* şi GeN^{+} sunt echivalente, deoarece ele genereazǎ grafuri izomorfe de marcaje accesibile. Însă *GeN* este cu mult mai compactă şi flexibilă decât GeN^{+}.

3. COMPUNEREA MODELELOR DE REŢELE PETRI GENERALIZATE

Compoziţionalitatea este un concept fundamental şi o proprietate dorită în definirea metodelor de construire a modelelor sistemelor de calcul folsind modele resursă-aplicaţie, modele ale proceselor de calcul sau aplicaţii şi o interfaţă sau o mapare ce combină aceste modele [2, 3].

Cu toate că actualmente RP sunt recunoscute ca un puternic formalism de modelare a sistemelor cu evenimente discrete concurente şi paralele, lipsa *construcţiilor compoziţionale* integrate face ca utilizarea lor sa nu fie eficientă şi incomodă la modelarea diverselor sisteme reale. Construirea acestor modele în formă de reţele RP devine mai *degrabă o artă* decât *o rutină* [1, 5, 6].

Pentru palia aceste inconveniente în [2], a fost definit un set de operaţii compoziţionale, într-un spaţiu de condiţii-evenimente, care permite de a compune o expresie descriptivă care redă interacţiunea proceselor sistemelor de calcul.

În acest mod avem posibilitatea de a formaliza etapa de *trecere logică* de la o *descriere neformală* a arhitecturii, specificaţiilor comportamentale ale sistemului către modelul său în formă de *GeN.*

La compunerea modelelor de *GeN* vor fi luate în consideraţie următoarele criterii:

- *relatia model – sistem*: modelul sistemului şi modul în care el a fost construit trebuie să reflecte adecvat arhitectura sistemului, componentele, procesele sale şi relaţiile dintre ele etc.;
- *definiţia unei componente de baza*: trebuie să fim în stare să construim modelul într-o maniera regulară şi progresivă, pornind de la componente ce au caracteristici comune, asemanatoare;
- *operaţiile compoziţionale* ale *GeN* trebuie să suporte reprezentarea diferitelor tipuri de interacţiuni ale resurselor, şabloane comportamentale şi structuri simetrice, comune proceselor cooperante ale sistemelor de calcul;
- *marcajul initial al componentelor*: starea sistemului este modelată în *GeN* printr-o distribuţie de jetoane în locaţiile reţelei. Vazând sistemul compus din subsisteme, starea sistemului ar trebui compusă sau dedusă din starea subsistemelor;
- pentru a avea posibilitatea de a *reutiliza* o componentă, funcţionalitatea acesteia trebuie cunoscută.

Compunerea unui *model* de reţea *GeN*, ce descrie funcţionarea unui sistem de calcul real sau în curs de realizare, este deci *un aspect crucial şi mult mai dificil* decât rezolvarea lui şi interpretarea rezultatelor obţinute.

În [3], este prezentată o metodă de construire a modelelor de reţele *GeN* descriptiv-compoziţionale ce exprimă cooperarea proceselor de calcul. Pentru a descrie funcţionarea unui sistem cu evenimente discrete, folosind formalismul *GeN*, modelarea constă în a exprima, cu un anumit nivel de detaliere, comportamentul logic al interacţiunii proceselor cooperante ale (sub)sistemului considerat.

Având o descriere informală, aceasta implică faptul că la elaborarea modelului de reţea *GeN* este indispensabil de a cunoaşte:

– arhitectura (sub)sistemului, componentele, atributele şi stările lor locale;

– condiţiile şi evenimentele ce pot schimba stările, fie că ele provin de la un proces aleatoriu, fie de la o decizie specificată;

– condiţiile de sincronizare, concurenţă şi cooperare ce determină ocurenţa unor evenimente;

– atributele, restricţiile calitative şi cantitative de funcţionare ale sistemului;

– specificaţiile condiţiilor interacţiunii evenimentelor şi nivelul de detaliere a modelării, redate de o descriere informală a funcţionării sistemului.

Îndată ce aceste diferite elemente sunt identificate, folosind un *raţionament adecvat*, este posibil de a compune o expresie descriptivă a unei reţele *GeN*, ce exprimă logica comportamentului proceselor de calcul considerate.

În cazul în care unele atribute temporale ale modelului *GeN* sunt definite prin distribuţii de probabilitate este necesar de a efectua o *analiză stocastică* [2, 3, 5].

4. REŢELE PETRI GENERALIZATE MARKOVIENE

În continuare, vom considera *GeN* temporizate, în care durate de timp sunt asociate cu tranziţiile, deoarece specificul proceselor de calcul analizate sunt determinate de secvenţe paralele de evenimente şi acţiuni concurente.

Modelând procese reale, tranziţiile *GeN* pot avea durate de timp de declanşare cu valori concrete sau valori aleatoare, în ultimul caz este vorba despre *GeN* cu temporizare stocastică. Deci durata de timp asociată unei tranziţii temporizate reprezintă producerea unei activităţi şi respectă o anumită distribuţie de probabilitate corespunzătoare duratei de timp considerate.

Definiţia 3. O reţea Petri generalizată markoviană, abreviat *RPM*, este sistemul redat de către cuplul de obiecte $\mathcal{NM}=<\mathcal{N}, \Lambda>$, unde:

- $\mathcal{N}$ este o reţea *GeN* marcată (vezi Def. 2.);

$\Lambda : T \times IN_{+}^{|P|} \rightarrow IR^{+}$ este funcţia ce determină rata $\lambda(t,M)$ marcaj-dependentă de declanşare a tranziţiei validate $t \in T(M)$ în marcajul *M*, adică parametrul legii exponenţial-negative, astfel încât $0 \le \lambda(t,M) < +\infty$. IR^{+} este mulţimea mărimelor reale nenegative. ■

În general, dacă funcţionarea unui sistem este descrisă de către un proces Markov în timp continuu ce determină un lanţ Markov în timp continuu (*LMTC*) cu o comportare ergodică, atunci el determină existenţa unui regim staţionar şi se poate efectua estimarea valorilor medii ale caracteristicilor numerice de performanţă ale sistemului [3].

Un regim staţionar de funcţionare al unui sistem este un astfel de regim, în care evoluţia sa în timp nu depinde de condiţiile iniţiale de demarare a procesului şi nu depinde de momentul de timp considerat [3, 5].

Lanţul *LMTC* ce descrie funcţionarea unei *RPM* poate fi obţinut direct din graful de marcaje accesibile $GA(\Gamma, M_0)$, redat în formă de listă, al reţelei *GeN*, subiacente *RPM*. Spaţiul de stări al *LMTC* este determinat de mulţimea de accesibilitate $Ac(\Gamma, M_0)$, iar ratele de trecere din marcajul current M_i către noul marcaj M_j, $(M_i[t_k > M_j)$ sunt determinate de formula $d_{i,j} = \lambda_k(M_i) \ge 0$, $(i \ne j)$, unde $\lambda_k(M_i)$ este rata de declanşare a tranziţiei t_k, iar $d_{i,i} = -\sum_{j,i\ne j} d_{i,j}$.

Matricea pătratică $D = [d_{i,j}]_{N_s \times N_s}$ de ordinul $N_s = |Ac(\Gamma, M_0)|$ este *matricea dinamică* care descrie *generatorul infinitezimal* al *LMTC* asociat cu *RPM.*

Dacă *RPM* este o reţea mărginită, viabilă şi reiniţializabilă, adică graful de marcaje accesibile sau *graful de acoperire GA*(*RG, M*) este tare conex [3, 5]. Atunci această *RPM* determină un *LMTC* ergodic cu matricea sa dinamică D şi astfel se poate de calculat distribuţia probabilităţilor staţionare de stare $\vec{\pi} = (\pi_0, \pi_1, ..., \pi_{Ns})$, rezolvând sistemul de ecuaţii algebrice Chapman-Kolmogorov:

$$\vec{\pi} \cdot D = 0; \quad \sum_{i=0}^{N_s} \pi_i = 1,$$

unde π_i este probabilitatea staţionară ca *RPM* să fie în marcajul curent M_i.

În baza $\vec{\pi}$, pot fi evaluate diferite caracteristici de performanţă ale unui sistem de calcul, descrise cu modele *RPM* [3].

Pentru analiza proprietăţilor comportamentale şi evaluarea performanţelor modelelor de reţele

RPM astfel construite noi am elaborat şi realizat un mediu instrumental VHPN [4].

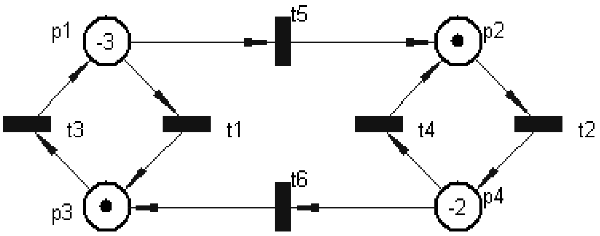

Figura 3. Reţea *RPM*1.

În fig. 3. este prezentat un exemplu de reţea *RPM*1, în care ratele de declanşare ale tranziţiilor respective sunt: $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_i = 1$, $i = \overline{2, 6}$.

Graful de accesibilitate în formă de listă al *GeN*1, subiacente *RPM*1, este tare conex:

p1,p2,p3,p4;
M0 = [-3,1,1,-2] [t2>M1;t3>M2;
M1 = [-3,0,1,-1] [t3>M3;t4>M0;t6>M4;
M2 = [-2,1,0,-2] [t1>M0;t2>M3;t5>M5;
M3= [-2,0,0,-1] [t1>M1;t4>M2;t5>M6;t6>M7;
M4 = [-3,0,2,-2] [t3>M7;
M5 = [-3,2,0,-2] [t2>M6;
M6 = [-3,1,0,-1] [t2>M8;t4>M5;t6>M0;
M7 = [-2,0,1,-2] [t1>M4;t3>M9;t5>M0;
M8 = [-3,0,0,0] [t4>M6;t6>M1;
M9 = [-1,0,0,-2] [t1>M7;t5>M2.

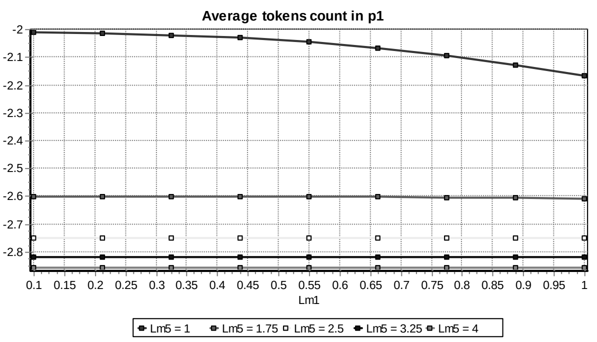

Figura 4. Numărul mediu de jetoane în locaţia p_1 a reţelei *RPM*1.

Analiza a fost efectuată, folosind VHPN pentru diferite valori respective:

- 1 argument $\lambda_1 \in [0.1, 1]$ cu pasul $\Delta\lambda_1 = 0.1$ şi
- al 2lea argument $\lambda_5 \in [1, 4]$ cu pasul $\Delta\lambda_5 = 0.2$.

În fig. 4 sunt prezentate rezultatele obţinute pentru numărul mediu de jetoane $\overline{M}(p_1)$ în locaţia p_1 a reţelei *RPM*1.

În acelaşi mod pot fi determinate şi alte caracteristici numerice de performanţă a *RPM*1.

5. CONCLUZII

În lucrare sunt definite reţele Petri generalizate stocastice markoviene descriptiv-compoziţionale cu capacităţi negativ-pozitive ale locaţiilor şi arce reversibile cu o cardinalitate marcaj-dependentă. În acelaşi context sunt considerate unele aspecte de modelare şi evaluare a performanţelor proceselor de calcul în baza acestor extensii de reţele Petri.

Bibliografie

1. Ciardo, G. *Petri nets with marking-dependent arc cardinality: Properties and analysis. In: Proc. 15th int. Conf. Application and Theory of Petri Nets, Zaragoza, Spain, June 1994. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 815, 1994, pp. 179-198.*

2. Guţuleac, E. *Descriptive Compositional Construction of Generalized Stochastic Petri Net Models for Performance Evaluation of Computer Systems. Buletinul Institutului Poli-tehnic din Iaşi, Tomul L (LIV), Fasc. 1-4, Automatica şi Calculatoare, 2004, România, pp. 143-159.*

3. Guţuleac, E. *Evaluarea performanţelor sistemelor de calcul prin reţele Petri stochastice. Editura „Tehnica-Info”, Chişinău, 2004, 276 p.*

4. Guţuleac, E., Ţurcanu I., Guţuleac Em., Odobescu D. *VHPN – software tool for visual discrete-continuous modeling of hybrid system using generalized timed differential Petri nets. In: Proc. of the 8-th Intern. Conference on DAS2006, 25-27 May 2006, Suceava, România, pp. 255-262.*

5. Murata T. *Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. In: Proceedings of the IEEE, vol.77, no.4, 1989, pp.541-580.*

6. Valk, R. *Generalizations of Petri Nets. In: Proceedings on 10th Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS'81), Springer-Verlag, LNCS, vol. 118, 1981, pp. 140-155.*

Recomandat spre publicare: 12.12.07