

## INFLUENȚA PARAMETRILOR CONSTRUCTIV-CINEMATICI ASUPRA HOMOCINETISMULUI CUPLAJELOR MOBILE TRANSVERSALE

*C. C. Gavrilă, Gh. Moldovean*  
*Universitatea Transilvania din Brașov*

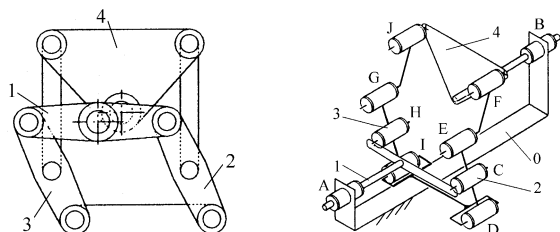
### INTRODUCERE

Cuplajul mobil transversal transmite mișcarea între doi arbori, ale căror axe sunt considerate permanent paralele. Arborii sunt legați printr-un lanț cinematic care, pe lângă transmiterea momentului și a mișcării de rotație, permite deplasări relative de translație în plan transversal pe cele două axe paralele ale celor doi arbori. Aceste două mișcări relative sunt denumite mișcări transversale sau radiale. Numărul deplasărilor relative independente ale arborilor reprezintă gradul de mobilitate al cuplajului transversal [1, 2].

După modul în care este transmisă mișcarea de rotație, cuplajele mobile transversale pot fi homocinetice, heterocinetice și cvasihomocinetice.

Prin legarea la bază a arborilor cuplajului transversal se obține mecanismul asociat cuplajului transversal, care este un mecanism plan. Mecanismul asociat unui cuplaj transversal este homocinetic dacă diferența dintre unghiurile de rotație ale arborilor este constantă în timp ( $\varphi_b - \varphi_a = const$ ), deci dacă vitezele unghiulare ale celor doi arbori sunt identice ( $\omega_b \equiv \omega_a$ ) [1, 2, 4, 8].

Un astfel de mecanism asociat unui cuplaj transversal poate fi considerat sistem multicorp, alcătuit dintr-un număr minim de corpuri legate între ele prin intermediul unor restricții geometrice și cinematice, prezentate anterior [5, 6, 7]. În sistemul multicorp ales, sunt considerate corpuri acele elemente ale mecanismului care interesează în studiul cinematic și dinamic, fiecare având o anumită masă, o anumită distribuție a masei și o anumită geometrie [3, 9].



**Figura 1.** Cuplaj mobil transversal cu patru corpuri mobile.

Din punct de vedere al numărului de corpuri mobile care alcătuiesc sistemul multicorp asociat

unui cuplaj transversal, pot fi întâlnite cuplaje mobile transversale având trei corpuri mobile, patru corpuri mobile, cinci corpuri mobile, ș. a. m. d. [5, 6, 7]. În lucrarea de față, sunt studiate cuplajele mobile transversale având patru corpuri mobile – semicuplajul conducător 1, corpurile intermediare 2 și 3, respectiv semicuplajul condus 4 – între care există trei restricții de tip RR iar restul simple, de tip R (fig. 1).

### 1. MODELUL GEOMETRICO-CINEMATIC AL SISTEMULUI MULTICORP

Modelul geometrico-cinematic al sistemului multicorp al cuplajului transversal prezintă, între corpurile considerate, restricții de tip rotație (R) respectiv rotație-rotație (RR), detaliate în tabelul 1.

Tabelul 1: Restricții

Corp $i$ – corp $j$	Tipul restricției geometrice	Cupla	Numărul de restricții introduse
0 – 1 și 0 – 3	R și R	A și B	2+2
1 – 2 și 1 – 3	R și R	C și H	2+2
2 – 3	RR	DI	1+1
2 – 4 și 3 – 4	RR și RR	EF și GJ	1

Mobilitatea mecanismului asociat cuplajului transversal este

$$M = 3(n_b - 1) - \sum g_c = 3(5 - 1) - 11 = 1, \quad (1)$$

unde  $n_b=4$  reprezintă numărul corpurilor, iar  $\sum g_c=11$  numărul restricțiilor geometrice existente între corpuri.

În modelul geometrico-cinematic (fig. 2), pentru a defini analitic a restricțiile geometrice, este necesară cunoașterea coordonatelor punctelor de interes, în raport cu sistemele de coordonate locale respectiv cu sistemul de coordonate fix. Relația generală a acestor coordonate este:

$$\begin{bmatrix} x_{M_i} \\ y_{M_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

unde  $i=1, 2, 3, 4$  reprezintă numărul de corpuri.

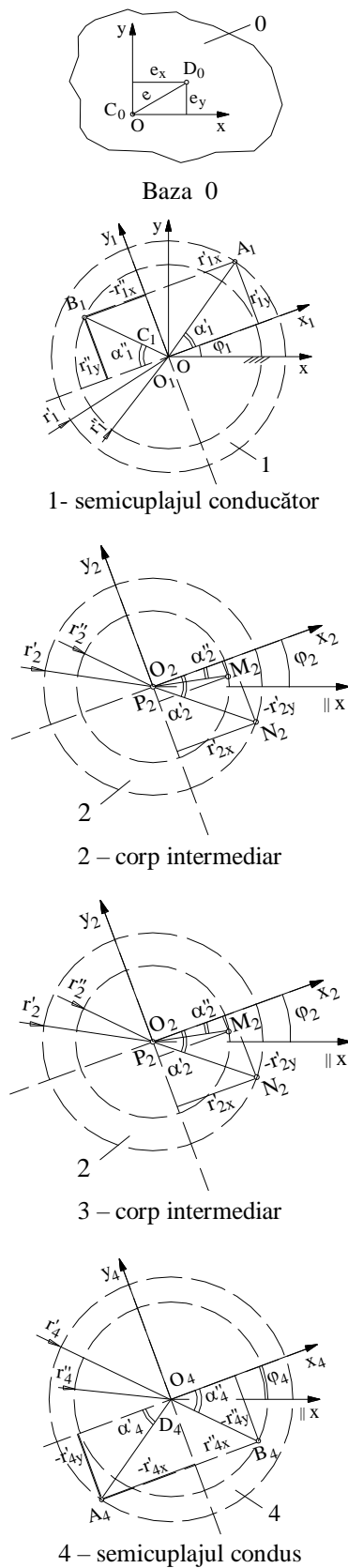


Figura 2. Modelul geometrico-cinematic.

Coordonatele punctelor de interes în raport cu sistemul de referință fix sunt date în tabelul 2.

Tabelul 2: Coordonatele punctelor de interes

Baza 0	$C_0(0, 0); D_0(e_x, e_y)$
1- semicuplajul conducător	$A_1(r'_{1x}, r'_{1y})$ , unde $\begin{cases} r'_{1x} = r_1 \cos \alpha_1 \\ r'_{1y} = r_1 \sin \alpha_1 \end{cases}$ $B_1(-r''_{1x}, r''_{1y})$ , unde $\begin{cases} r''_{1x} = r_1 \cos \alpha_1 \\ r''_{1y} = r_1 \sin \alpha_1 \end{cases}$ $C_1(0, 0)$ ,
2- corp intermediar	$P_2(0,0)$ $M_2(r''_{2x} - r''_{2y})$ , unde $\begin{cases} r''_{2x} = r_2 \cos \alpha_2 \\ r''_{2y} = r_2 \sin \alpha_2 \end{cases}$ $N_2(r'_{2x} - r'_{2y})$ , unde $\begin{cases} r'_{2x} = r_2 \cos \alpha_2 \\ r'_{2y} = r_2 \sin \alpha_2 \end{cases}$
3- corp intermediar	$P_3(0,0)$ $M_3(r''_{3x_1} - r''_{3y})$ , unde $\begin{cases} r''_{3x} = r_3 \cos \alpha_3 \\ r''_{3y} = r_3 \sin \alpha_3 \end{cases}$ $N_3(r'_{3x_1} - r'_{3y})$ , unde $\begin{cases} r'_{3x} = r_3 \cos \alpha_3 \\ r'_{3y} = r_3 \sin \alpha_3 \end{cases}$
4- semicuplajul condus	$A_4(-r'_{4x_1} - r'_{4y})$ , unde $\begin{cases} r'_{4x} = r_4 \cos \alpha_4 \\ r'_{4y} = r_4 \sin \alpha_4 \end{cases}$ $B_4(r''_{4x_1}, -r''_{4y})$ , unde $\begin{cases} r''_{4x} = r_4 \cos \alpha_4 \\ r''_{4y} = r_4 \sin \alpha_4 \end{cases}$ $D_4(0, 0)$

## 2. ECUAȚIILE RESTRICȚIILOR GEOMETRICE. REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAȚII

În general, pentru a defini analitic restricția geometrică de tip rotație (R) existentă între două corpuri, trebuie îndeplinită relația

$$P_i \equiv P_j. \quad (3)$$

De asemenea, în cazul restricției geometrice de tip rotație-rotație (RR) relația generală este

$$(x_{P_j} - x_{P_i})^2 + (y_{P_j} - y_{P_i})^2 = d^2. \quad (4)$$

Restricția cinematică este dată de

$$\rho_1 - f(t) = 0. \quad (5)$$

Pe baza relațiilor (2)...(5), rezultă un sistem de 12 ecuații cu 12 necunoscute:  $x_{01}, y_{01}, \varphi_1, x_{02}, y_{02}, \varphi_2, x_{03}, y_{03}, \varphi_3, x_{04}, y_{04}, \varphi_4$ :

$$\begin{aligned} x_{01} &= 0 \\ y_{01} &= 0 \\ x_{04} - e_x &= 0 \\ y_{04} - e_y &= 0 \\ x_{P2} - x_{A1} &= 0 \\ y_{P2} - y_{A1} &= 0 \\ x_{P3} - x_{B1} &= 0 \\ y_{P3} - y_{B1} &= 0 \\ (x_{M_2} - x_{B_4})^2 + (y_{M_2} - y_{B_4})^2 &= l_1'^2 \\ (x_{M_3} - x_{A_4})^2 + (y_{M_3} - y_{A_4})^2 &= l_1''^2 \\ (x_{N_2} - x_{N_3})^2 + (y_{N_2} - y_{N_3})^2 &= l_2^2 \\ \varphi_1 - f(t) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

La rezolvarea acestuia se au în vedere și câteva particularități constructive întâlnite la cuplajele de acest tip, după cum urmează:

- construcția semicuplajelor este simetrică, caz în care:  $r_1' = r_4'$ , respectiv  $r_1'' = r_4''$  și  $\alpha_1' = \alpha_4'$ , respectiv  $\alpha_1'' = \alpha_4''$ , precum și  $A_1B_1 \parallel A_4B_4$  respectiv  $A_1B_1 = A_4B_4 = l_2$ ;
- corpurile intermediare au aceeași formă și aceeași dimensiuni:  $r_2'' = r_3''$ , respectiv  $r_2' = r_3'$  și  $\alpha_2'' = \alpha_3''$ , respectiv  $\alpha_2' = \alpha_3'$ ;
- pârghiile de legătură dintre corpurile 2 și 4 respectiv 3 și 4 au aceeași lungime  $l_1' = l_1'' = l_1$ .

Considerând cazul real când  $x_{04} \neq 0, y_{04} \neq 0$  și impunând valori arbitrare pentru  $r_1', r_2'', r_3'', r_4', r_4'', r_1'', r_2', r_3', r_4'$ , condiția de homocinetism a cuplajului este:

$$\varphi_4 = \varphi_1 \tag{7}$$

Relația (7) este condiționată însă de

$$\varphi_3 = \varphi_2 \tag{8}$$

Egalitatea (8) este posibilă doar dacă

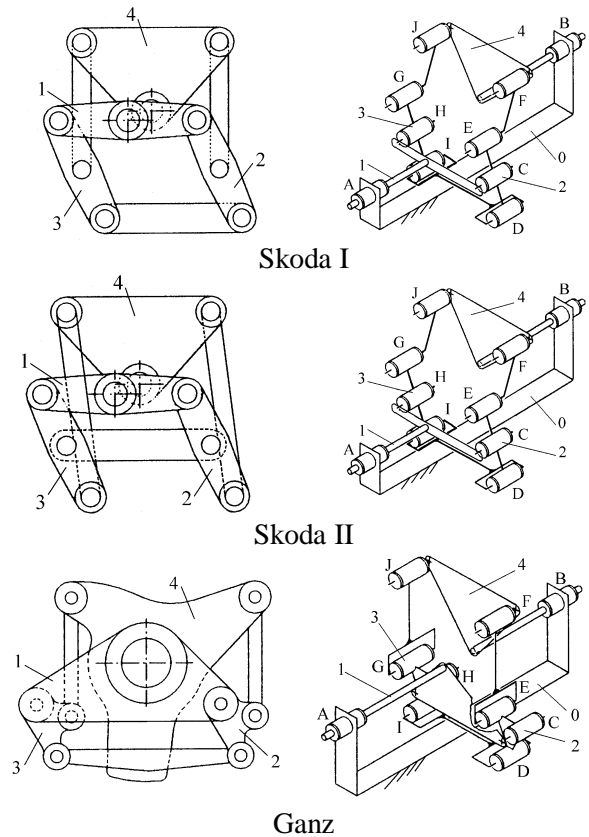
$$l_2^2 = (r_{1x}' + r_{1x}'')^2 = (r_1' \cos \alpha_1' + r_1'' \cos \alpha_1'')^2, \tag{9}$$

ceea ce înseamnă că, un cuplaj transversal de acest tip este homocinetic doar dacă, pe lângă condițiile constructive de mai sus, pârghia de legătură dintre corpurile intermediare 2 și 3 va îndeplini și condiția ca  $N_2N_3 \parallel A_1B_1 \parallel A_4B_4$  iar lungimea acesteia va fi  $N_2N_3 = A_1B_1 = A_4B_4 = l_2$ .

### 3. EXEMPLE

Așa cum s-a arătat, un cuplaj mobil transversal cu patru corpuri mobile de acest tip, pentru a fi homocinetic, trebuie să îndeplinească condiția (9). În practică, se urmărește utilizarea cu precădere a cuplajelor transversale homocinetice, fiind acceptate însă, în anumite condiții, și variante cvasihomocinetice (la care  $\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a \approx const$ ).

Din categoria variantelor homocinetice cunoscute și aplicate în tehnică, sunt prezentate, în fig. 3, cuplajele de tip Skoda, în două variante, și Ganz. Analizând schemele structurale și constructive, se poate observa existența unor contururi de tip paralelogram [1, 2, 4], deci faptul că pârghia dintre corpurile intermediare 2 și 3 satisface condiția (9).



**Figura 3.** Cuplaj mobile transversale cu patru corpuri mobile, homocinetice

Din categoria variantelor cvasihomocinetice cunoscute și aplicate în tehnică, sunt prezentate, în fig. 4, cuplajele de tip Oerlikon, în două variante constructive și Siemens-Halske respectiv Siemens-Schuckert. Analizând schemele structurale și constructive, se poate observa că pârghia dintre corpurile intermediare nu este dispusă după contururi de tip paralelogram, deci aceasta nu satisface condiția (9).

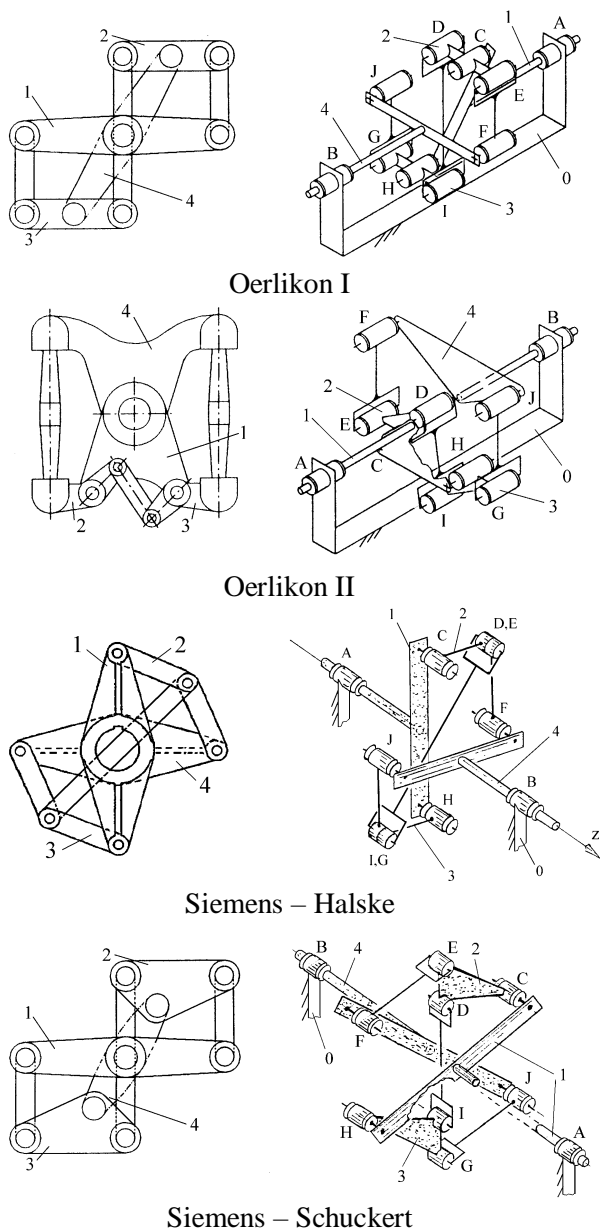


Figura 4. Cuplaj mobile transversale cu patru corpuri mobile, cvasihomocinetice

#### 4. CONCLUZII

La cuplajele mobile transversale considerate sisteme multicorp cu patru corpuri mobile, homocinetismul este dat de  $\varphi_1 = \varphi_4$  în condițiile în care, pt. corpurile intermediare,  $\varphi_2 = \varphi_3$ .

Constructiv, această condiție satisfăcută pentru corpul 2 având aceleași caracteristici dimensionale cu corpul 3, iar semicuplajele sunt simetrice constructiv. Aceste particularități constructive pot fi întâlnite la majoritatea cuplajelor mobile transversale, homocinetice sau nehomocinetice, întâlnite în practică.

O altă condiție extrem de importantă, pe baza căreia se poate face distincția dintre cuplajele mobile transversale, homocinetice și cele nehomocinetice

este ca pârghia  $N_2N_3$  să fie paralelă cu  $A_1B_1$  și  $A_4B_4$  respectiv egală cu acestea.

Cuplajele mobile transversale homocinetice din literatura studiată, considerate sisteme multicorp cu patru corpuri, care satisfac aceste condiții, sunt Ganz și Skoda.

Variantele de cuplaje mobile transversale nehomocinetice din literatura studiată, considerate sisteme multicorp cu patru corpuri mobile, nu satisfac cerința restricției  $N_2N_3 \parallel A_1B_1 \parallel A_4B_4$  și egală cu acestea, chiar dacă prezintă simetrie constructivă. Acestea sunt Oerlikon I și II, respectiv Siemens-Halske și Siemens-Schuckert.

#### Bibliografie

1. Dudiță, Fl. Cuplaje mobile homocinetice. Ed. Tehnică, București, 1974.
2. Dudiță, Fl., Diaconescu, D., ș. a. Cuplaje mobile articulate. Ed. Orientul Latin, Brașov, 2001.
3. Erdman, G. A. Modern Kinematics. Developments in the Last Forty years. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1998.
4. Feichter, E. Systematischer Entwicklungsprozeß am Beispiel von elastischen Radialversatzkupplungen. Hanser Verlag, München, 1994.
5. Gavrilă, C. C., Vișa, I. Modelarea cinematicii cuplajelor mobile transversale, considerate sisteme multicorp cu trei corpuri mobile. În: Revista Mecanisme și Manipolatoare, vol. II, nr. 2, 2003.
6. Gavrilă, C.C., Vișa, I. Concerning to Kinematics of Mobile Couplings as Multibody Systems. În: Ovidius University Annals of Mechanical Engineering, vol. VI, Tom I, 2004, Conference Proceedings of Tehnonav 2004, Constanța, 27 - 29 mai 2004.
7. Gavrilă, C.C., Vișa, I. Kinematics of Transversal Couplings With Four Mobile Bodies by Multibody Systems Method. În: The 9-th Symposium on Mechanisms and Mechanical Transmissions, Cluj - Napoca, Iunie 2004, pag.89 - 98.
8. John, T. Systematische Entwicklung von homokinetischen Wellenkupplungen. Dissertation, T.U. München, 1987.
9. Vișa, I., Alexandru, P., Talabă, D., Alexandru, C. Proiectarea funcțională a mecanismelor. Metode clasice și moderne Ed. Lux Libris, Brașov, 2004.