ANALIZA DINAMICĂ A PROCESELOR DE VIBRARE ASUPRA CALITĂȚII LUCRĂRILOR DE COMPACTARE A BETONULUI, MIXTURILOR ASFALTICE ŞI PĂMÂNTULUI

P. Bratu
Universitatea "Dunărea de Jos" Galați

1. INTRODUCERE

Ca urmare a cercetărilor teoretice şi experimentale pe maşini cu acțiune vibrantă, în contact cu medii vâscoelastice cu caracteristici variabile privind plasticitatea şi vâscozitatea, s-a constatat că în anumite condiții puterea necesară absorbită atinge valoarea maximă.

Acest fapt a fost evidențiat la anumite valori ale coeficientului de amortizare vâscoasă în cazul materialelor granulare şi pulverulente, precum şi a pământului sau a betonului proaspăt, sub acțiunea forțelor perturbatoare armonice necesare realizării unor tehnologii adecvate. Astfel, variația amortizării sistemului dinamic a fost evidențiată pentru procesele tehnologice care utilizează vibrațiile ca proces fundamental de funcționare. Astfel, din categoria maşinilor cu acțiune vibrantă care procesează materialele cu ajutorul vibrațiilor menționăm: transportoare vibratoare, ciururi vibratoare, compactoare vibratoare pentru pământ, beton şi mixturi asfaltice, vibroînfigatoare pentru tuburi şi elemente de construcții din pământ. Experimental, s-a constatat că variația amortizării este o consecință a procesului tehnologic care produce modificarea structurală a materialelor respective în timpul vibrării.

Cercetările teoretice asupra sistemelor dinamice cu elasticitate neliniară sau amortizare neliniară, au dovedit faptul că la o excitație exterioară armonică dată, răspunsul conține componente subarmonice sau supraarmonice. Aceasta înseamnă că pentru materiale cu neliniarități clastice şi/sau vâscoase, excitația armonică exterioară duce la apariția unor componente inferioare sau superioare pulsației de excitație, în anumite rapoarte, funcție de gradul de neliniaritate.

Investigațiile experimentale de mare precizie, asupra comportării materialelor neliniare, au scos în evidentă faptul că pot fi excitate componente ale armonicelor superioare care se fac responsabile de disipări interioare mari, sub formă de căldură, ceea ce poate duce la degradarea accelerată în timp a materialului şi în consecință la scăderea duratei de viață.

În prezenta lucrare se consideră un material vâscoelastic a cărui vâscozitate este neliniară. Gradul de neliniaritale este aproximat prin coeficientul de amortizare vâscoasă, dezvoltat într-o serie de puteri de forma:

$$\eta = \eta_0 + a\left|\dot{x}\right| + b\left|\dot{x}\right|^2 + \dots \qquad (1)$$

unde η_0 este coeficientul de amortizare vâscoasă în regim static;

a, b - coeficienții de amortizare vâscoasă în regim dinamic;

$\dot{x}$ - viteza instantanee de deformare a materialului pe direcția coordonatei x.

Pe această bază se analizează forța vâscoasă $F_v = \eta \dot{x}$, care introdusă în ecuația diferențială de mişcare a sistemului excitat armonic, cu forța exterioară $P = P_0 \sin \omega t$, duce la descompunerea mişcării în componente armonice superioare pulsației excitatoare ω.

Pentru o componentă armonică s-a stabilit puterea necesară menținerii regimului de vibrații forțate. Aceasta evidențiază ponderea ridicată pe care o are pulsația fundamentală de excitație ω şi pulsațiile armonicelor superioare excitate, de forma $j\omega$, cu $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Astfel, se evidențiază faptul că pentru armonica excitată de ordinul j, puterea corespunzătoare energiei interne disipate N_j este proporțională cu $(j\omega)^6$.

2. ANALIZA SPECTRALĂ A FORȚEI DE AMORTIZARE VÂSCOASĂ NELINIARĂ

Pentru un sistem dinamic de masă m, excitat cu o forță armonică de forma $P_0 \sin\omega t$, cu elasticitatea constantă k şi coeficient de amortizare vâscoasă η, dat de relația (1), avem:

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + kx = P_0 \sin \omega t \qquad (2)$$

Răspunsul sistemului este evaluat prin mişcarea forțată, atunci când se cunoaşte coordonata instantanee x, care se alegem în primă aproximație, sub forma:

$$x = A\sin\omega t \qquad (3)$$

cu

$$\dot{x} = A\omega\cos\omega t = v_0\cos\omega t \qquad (4)$$

În acest caz, coeficientul de amortizare vâscoasă η, depinde de $\dot{x}$, adică de funcția în modul, exprimată astfel:

$$\left|\dot{x}\right| = A\omega\left|\cos\omega t\right| \qquad (5)$$

sau

$$\left|\dot{x}\right| = v_0\left|\cos\omega t\right| \qquad (6)$$

Notăm cu $f(t) = \dot{x} = v_0\cos\omega t$ <u>**funcția originală**</u> pentru **t ∈ (0,T),** cu $T = \frac{2\pi}{\omega}$, care reprezintă printr-un ciclu armonic, iar cu $g(t) = \left|\dot{x}\right| = v_0\left|\cos\omega t\right|$ <u>**funcția modul**</u>, pentru $t \in \left[-\frac{1}{2}T_{p'} + \frac{1}{2}T_p\right]$ cu $T_p = \frac{1}{2}T$, ce reprezintă un ciclu pulsator cu **ω$_p$ = 2ω,** conform fig. 1.

3

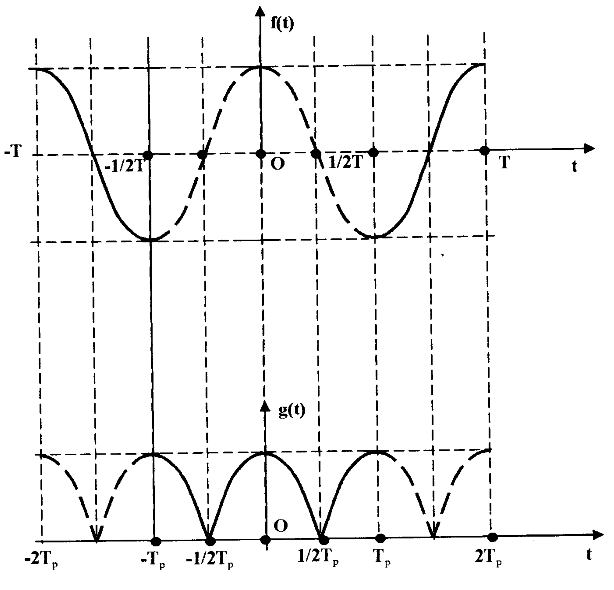

Fig.1

Din condiția $T_p = \frac{1}{2}T$, avem $\omega = \frac{1}{2}\omega_p$, ceea ce face ca funcția modul ***g(t)*** să fie definită astfel:

$$g(t) = \begin{cases} v_0\cos\frac{1}{2}\omega_p t, & \text{pentru } 0 \le t \le \frac{1}{2}T_p \\ -v_0\cos\frac{1}{2}\omega_p t, & \text{pentru } -\frac{1}{2}T_p \le t \le 0 \end{cases} \qquad (7)$$

sau

$$g(t) = v_0\cos\frac{1}{2}\omega_p t, \qquad \text{pentru} \qquad -\frac{1}{2}T_p \le t \le \frac{1}{2}T_p \qquad (8)$$

Funcția ***g(t)*** poate fi dezvoltată în serie Fourrier, astfel

$$g(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{\infty}(a_i\cos i\omega_p t + b_i\sin i\omega_p t)$$

cu

$$a_0 = \frac{2}{T_p}\int_0^{T_p} g(t)dt = \frac{4}{T_p}\int_{-\frac{1}{2}T_p}^{\frac{1}{2}T_p} g(t)dt \qquad (9)$$

$$a_0 = \frac{2}{T_p}\int_0^{T_p} g(t)\cos i\omega_p t dt = \frac{4}{T_p}\int_{-\frac{1}{2}T_p}^{\frac{1}{2}T_p} g(t)\cos i\omega_p t dt$$

cu ***i*** = 1, 2, .. .(10)

b$_i$ = 0 deoarece ***g(t)*** este pară, adică îndeplineşte condiția ***g(t) = g(-t).***

Întroducând (8) în (9) şi (10) obținem:

$$a_0 = \frac{4v_0}{\pi}$$

$$a_0 = -\frac{4v_0}{\pi}\frac{\cos i\pi}{4i^2 - 1}, \; \textit{i = 1, 2, …}$$

iar funcția ***g(t)*** exprimată ca serie Fourier, va fi de forma:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i}}{4i^2 - 1}\cos i\omega_p t$$

Revenim la pulsația inițială ω a funcției originale cu transpunerea ω$_p$ = 2ω şi obținem:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i}}{4i^2-1}\cos 2i\omega_p t \text{; i = 1, 2, .} \qquad (11)$$

Termenii funcției ***g(t)*** se determină astfel:

$$a_1 = +\frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{3}, \qquad \text{pentru} \qquad i = 1;$$

$$a_2 = -\frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{3\cdot 5}, \qquad \text{pentru} \qquad i = 2;$$

$$a_3 = +\frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{5\cdot 7}, \qquad \text{pentru} \qquad i = 3;$$

$$a_4 = -\frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{7\cdot 9}, \qquad \text{pentru} \qquad i = 2;$$

În final, avem:

$$g(t) = \frac{2v_0}{\pi} + \frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\alpha t - \frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{3\cdot 5}\cos 4\alpha t + \dots$$
$$\frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\alpha t + \frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{7\cdot 9}\cos 8\alpha t + \dots \qquad .(12)$$

În relația (12) reținem primii termeni pe care îi notăm astfel:

$$a' = \frac{2v_0}{\pi}; \quad b' = \frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{1\cdot 3}; \quad c' = \frac{4v_0}{\pi}\frac{1}{5\cdot 7}$$

caz în care avem:

$$g(t) = \left|\dot{x}\right| = a' + b'\cos 2\omega t + c'\cos 4\omega t \qquad (13)$$

iar $\eta(\dot{x})$ va fi de forma:

$$\eta = \eta(x) = \eta_0 + a(a' + b'\cos 2\omega t + c'\cos 4\omega t) +$$
$$+ b(a' + b'\cos 2\omega t + c'\cos 4\omega t)^2 + \dots \qquad (14)$$

Forța vâscoasă $F_v = \eta\dot{x}$ se exprimă cu ajutorul relațiilor (4) și (14), astfel:

$$F_v = v_0[\eta_0 + a(a' + b'\cos 2\omega t + c'\cos 4\omega t) +$$
$$+ b(a' + b'\cos 2\omega t + c'\cos 4\omega t)^2 + \dots]\cos 2\omega t$$

sau

$$F_v = [\{v_0\eta_0 + v_0aa' + v_0ba'^2 + \frac{1}{2}v_0bb'^2 + \frac{1}{2}v_0bc'^2\} +$$
$$+ (v_0ab' + 2v_0ba'b' + v_0bb'c')\cos 2\omega +$$
$$+ (v_0ac' + 2v_0a'c'b + \frac{1}{2}v_0bb')\cos 4\omega t + \dots -]\cos\omega t$$

Notăm:

$$a'' = v_0\mu_0 + v_0aa' + v_0ba'^2 + \frac{1}{2}v_0bb'^2 = \frac{1}{2}v_0bc'^2$$

$$b'' = v_0ab' + 2v_0ba'b' + v_0bb'c'$$

$$c'' = v_0ac' + 2v_0a'c'b + \frac{1}{2}v_0bb'$$

Unitățile de măsură pentru coeficienții utilizați sunt:

- pentru coeficienții a, b, c, avem:

$$[a]_{SI} = \left[\frac{\eta}{\dot{x}}\right]_{SI} = \frac{Ns}{m}\frac{1}{m}s = \frac{Ns^2}{m^2}$$

$$[b]_{SI} = \left[\frac{\eta}{\dot{x}^2}\right]_{SI} = \frac{Ns}{m}\frac{1}{m^2}s^2 = \frac{Ns^3}{m^3}$$

- pentru coeficienții a', b', c', avem:

$$[a']_{SI} = [b']_{SI} = [c']_{SI} = \frac{m}{s}$$

- pentru coeficienții a'', b'', c'', avem:

$$[a'']_{SI} = [b'']_{SI} = [c'']_{SI} = N$$

Astfel, expresia forței vâscoase F_v devine:

$$F_v = \cos\omega t[a'' + b''\cos 2\omega t + \frac{1}{2}b''\cos\omega t +$$
$$+ \frac{1}{2}c''\cos 5\omega t + \frac{1}{2}c''\cos 3\omega t]\dots$$

sau sub forma finală:

$$F_v = B_1\cos\omega t + B_3\cos\omega t + B_5\cos 5\omega t + \dots \quad (15)$$

în care:

$$B_1 = a'' + \frac{1}{2}b'',\ B_3 = \frac{1}{2}(b'' + c'') \text{ și } B_5 = \frac{1}{2}c''$$

sunt componente armonice impare ale forței vâscoase.

Cu expresia forței vâscoase exprimată de relația (15), ecuația diferențială (2) poate fi scrisă astfel:

$$m\ddot{x} + B_1\cos\omega t + B_3\cos 3\omega t + \dots + kx = P_0\cos\omega t \qquad (16)$$

Din ecuația (16) se observă că fiecare mod impar ω, 3ω, 5ω...poate fi excitat din exterior, adică se poate studia mișcarea sistemului introducând factorii de amortizare vâscoasă n_j, j = 1. 3, 5, 7,..., ca mărimi echivalente ale sistemului liniar cu un grad de libertate. Aceasta înseamnă că pentru sistemul echivalent se poate scrie:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = P_0\sin\omega t$$

sau

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{P_0}{m}\sin\omega t$$

unde $2n = \frac{b}{m}$ este factorul de amortizare vâscoasă liniară, atunci când forța vâscoasă este $V_{v_1} = b_1A_1\omega\cos\omega t$.

Pentru prima componentă a forței vâscoase din relația (15), avem:

$$b_1A_1\omega\cos\omega t = B_1\cos\omega t$$

de unde:

$$B_1 = b_1 A_1 \omega \qquad (16')$$

în care A_1 este amplitudinea mişcării în regim forțat, pe armonica de excitație fundamentală.

Din (16) şi ținând seama că $n_1 = \frac{b_1}{2m}$, avem:

$$n_1 = \frac{1}{2}\frac{B_1}{\omega A_1 m} \qquad (17)$$

Pentru cea de-a doua componentă a forței vâscoase din relația (15), putem scrie:

$$b_3 A_3 3\omega \cos 3\omega t = B_3 \cos 3\omega t$$

de unde:

$$B_3 = 3\omega b_3 A_3$$

în care A_3 este amplitudinea mişcării excitate pe armonica superioară 3ω. Astfel, avem:

$$n_3 = \frac{1}{2}\frac{B_3}{3\omega A_3 m} \qquad (18)$$

Generalizând relațiile (17) şi (18), obținem:

$$n_j = \frac{1}{2}\frac{B_j}{j\omega A_j m}, \quad j-1,\ 3,\ 5,\ 7,... \qquad (19)$$

unde A_j este amplitudinea mişcării componentei de ordinul j excitată pe armonica superioară $j\omega$. Expresia amplitudinii de ordinul j datorată forței perturbatoare inerțiale, de forma $m_0 r\omega^2 \sin\omega t$ este:

$$A_j = \frac{\lambda r j^2 \omega^2}{\sqrt{(p^2 - j^2\omega^2)^2 + 4n_j^2\omega^2 j^2}}, \quad j=1,\ 3,\ 5,\ 7,... \qquad (20)$$

unde $p^2 = \frac{k}{m+m_0}$; $\lambda = \frac{m_0}{m+m_0}$

Din relațiile (19) şi (20) obținem expresia factorului de amortizare n_j, 3, 5, 7,..., pentru armonicele superioare excitate de forța perturbatoare $F = m_0 r\omega^2 \sin\omega t$, astfel:

$$n_j^2 = \frac{B_j^2 (p^2 - j^2\omega^2)^2}{4 j^2\omega^2 \left[j^4\omega^4 m^2 \lambda^2 r^2 - B_j^2 \right]}, \ j=1,\ 3,\ 5,\ 7,... \qquad (21)$$

3. ENERGIA INTERNĂ DISIPATĂ

Considerăm sistemul dinamic modelat ca în fig. 2, unde materialul vâscoelastic este reprezentat prin elementul vâscos cu coeficientul $\eta = \eta(\dot{x})$ neliniar şi elementul elastic cu coeficientul constant k. Întreg sistemul este excitat numai pe direcția verticală, de forța perturbatoare unidirecțională $m_0 r\omega^2 \sin\omega t$.

Aceasta se realizează prin rotirea sincronă în sens contrar a două mase excentrice, având momentul static total $m_0 r$, unde m_0 este masa excentrică totală, iar r este raza traiectoriei circulare a maselor excentrice.

Coordonatele maselor excentrice m sunt:

$$\begin{cases} x_M = AC + x + r\cos\varphi \\ z_M = r + r\sin\varphi \end{cases} \qquad (22)$$

unde x este coordonata centrului de masă C față de sistemul de referință Oxz, considerat fix;

AC - distanța constantă dintre centrul de masă ***C*** şi punctul tangențial de contact al traiectoriilor circulare ale maselor excentrice;

φ - coordonata unghiulară a maselor excentrice, care este o funcție de timp, dc forma

$\varphi = \varphi(t)$.

Vitezele absolute ale punctului m pe cele două axe sunt:

$$\begin{aligned} \dot{x}_M &= \dot{x} + r\dot{\varphi}\sin\varphi \\ \dot{z}_M &= r\dot{\varphi}\cos\varphi \end{aligned} \qquad (23)$$

Energia cinetică totală a sistemului dinamic este:

$$2E = (m+m_0)\dot{x}^2 - 2m_0 r\dot{y}\dot{\varphi}\sin\varphi + (m_0 r^2 + J)\dot{\varphi}^2 \qquad (24)$$

Energia potențială a sistemului față de poziția de echilibru static stabil este:

$$2V = kx^2 + \frac{1}{2}m_0 gr(1 - \cos\varphi \qquad (25)$$

Aplicând ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, pentru masele m şi m_0, cu coordonatele x şi φ, avem:

$$(m+m_0)\ddot{x} - m_0 r\ddot{\varphi}\sin\varphi - m_0 r\dot{\varphi}^2\cos\varphi + b\dot{x} + kx = 0 \qquad (26)$$

$$(m_0 r^2 + J)\ddot{\varphi} - m_0 r\sin\varphi + m_0 gr\sin\varphi = Q_\varphi$$

unde Q_φ este forța generalizată ce corespunde momentului motor care menține mişcarea cu coordonata unghiulară φ.

Pentru cazul mişcării staționare avem $\dot{\varphi} = \omega = \text{const}$ şi $\ddot{\varphi} = 0$, iar sistemul de ecuații diferențiale poale fi scris astfel:

$$\begin{aligned} &(m+m_0)\ddot{x} + b\dot{x} + ky = m_0 r\omega^2\cos\omega t \\ &-m_0 r\ddot{x}\sin\omega t + m_0 gr\sin\omega t = Q_\varphi \end{aligned} \qquad (27)$$

Prima ecuație poate fi pusă sub forma:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = \lambda r\omega^2\cos\omega t \qquad (28)$$

cu soluția:

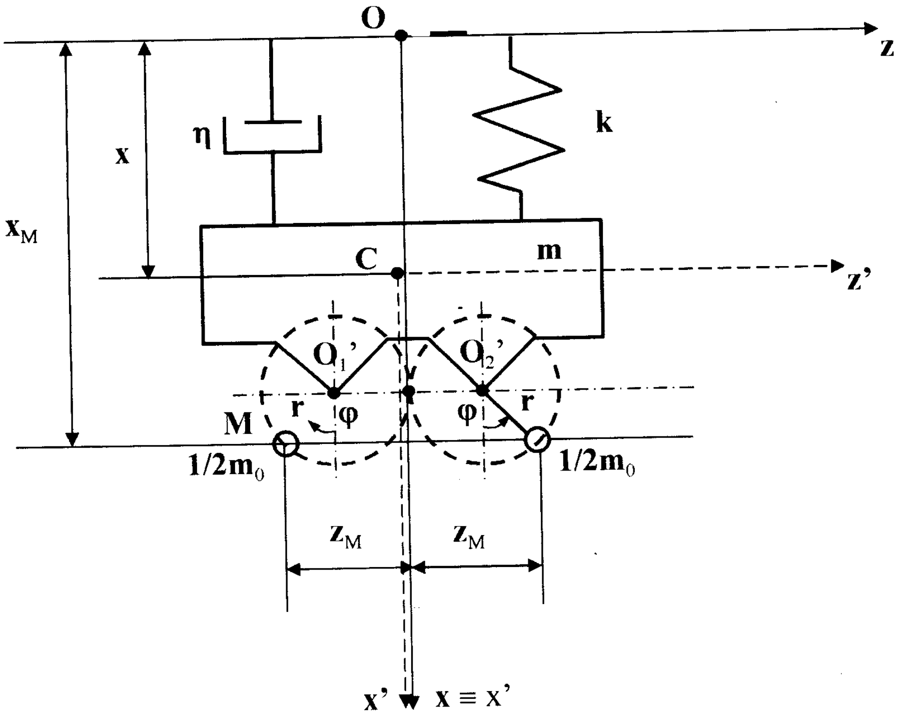

Fig.2

$$x = A\cos(\omega t - \alpha) \tag{29}$$

în care:

$$A = \frac{\lambda r\omega^2}{\sqrt{(p^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \tag{30}$$

$$tg\alpha = \frac{2n\omega}{p^2-\omega^2} \tag{31}$$

$$p^2 = \frac{k}{m+m_0}; \quad 2n = \frac{b}{m+m_0}; \quad \lambda = \frac{m_0}{m+m_0}$$

Ecuația a doua a relației (26) ne permite să determinăm momentul motor al vibrogeneratorului inerțial necesar, introducând $\ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t - \alpha)$, obținem:

$$Q_\varphi = \frac{1}{2}m_0 rA\omega^2\left[\sin\alpha + \sin(2\omega t - \alpha)\right] + m_0 gr\sin\omega t \tag{32}$$

Lucrul mecanic corespunzător unei rotații complete va fi:

$$L = \int_0^{2\pi} Q_\varphi d\varphi$$

Înlocuind Q_φ şi efectuând calculele, obținem:

$$L = \pi m_0 rA\omega^2 \sin\alpha \tag{33}$$

Puterea medie necesară pentru menținerea mişcării forțate, este:

$$N_m = \frac{L}{T} = \frac{L\omega}{2\pi}$$

sau

$$N_m = \frac{1}{2}m_0 rA\omega^3 \sin\alpha \tag{34}$$

Dacă înlocuim a şi sinα cu ajutorul relațiilor (30) şi (31), avem:

$$N_m = \frac{(m_0 r)^2 n}{m+m_0}\cdot\frac{\omega^6}{(p^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2} \tag{35}$$

Considerând că amortizarea este variabilă, căutăm valoarea lui n pentru care puterea medic $\boldsymbol{N_m}$, devine maximă, adică:

$$\frac{dN_m}{dn} = 0 \tag{36}$$

de unde avem:

$$n_{1.2} = \pm\frac{p^2-\omega^2}{2\omega} \tag{37}$$

Deoarece ne interesează, în mod deosebit, regimul de postrezonanță cu φ > p, pentru n avem:

$$n = \frac{\omega^2 - p^2}{2\omega} \tag{38}$$

caz în care puterea medie maximă are expresia:

$$N_m^M = \frac{1}{4}\cdot\frac{(m_0 r)^2}{m_0+m}\cdot\frac{\omega^5}{p^2-\omega^2} \tag{39}$$

Puterea medie se reprezintă în raport cu ***n*** printr-o curbă care are un punct de maximum M ***(n_M, N_m^M)*** şi un punct de inflexiune I ***(n_I, N_m^I)***, ca în fig. 3.

Pentru armonica superioară de ordinul ***j***, care este excitată de forţa perturbatoare i

10

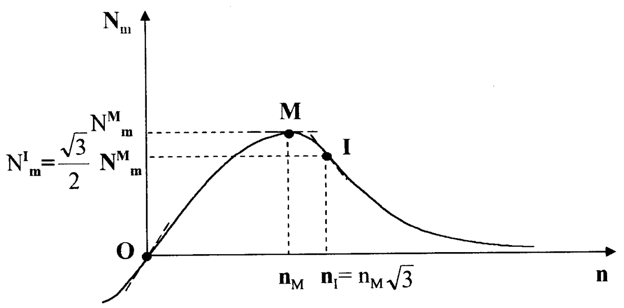

Fig. 3

nerţială, puterea medie maximă corespunzătoare este de forma:

$$N_{mj}^{M} = \frac{1}{4}\cdot\frac{(m_0 r)^2}{m_0+m}\cdot\frac{j^5\omega^5}{p^2-j^2\omega^2} \quad (40)$$

Energia internă maximă produsă prin disipare pentru armonica superioară de ordinul j, este de forma:

$$W_j^M = N_{mj}^M\cdot T_j = \frac{2\pi}{j\omega}\cdot N_{mj}^M \quad \text{sau}$$

$$W_j^M = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{m_0^2 r^2}{m_0+m}\cdot\frac{j^4\omega^4}{p^2-j^2\omega^2} \quad (41)$$

Energia internă maximă disipată la armonica fundamentală de excitaţie, este:

$$W^M = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{m_0^2 r^2}{m_0+m}\cdot\frac{\omega^4}{p^2-\omega^2} \quad (42)$$

Ponderea energiei interne maxime disipate pe o armonică superioară j > 2, comparativ cu energia internă maximă disipată la armonica fundamentală de excitaţie, o definim prin coeficientul de pondere **v_j**, astfel:

$$v_j = \frac{W_j^M}{W^M} = j^4\cdot\frac{\omega^2-p^2}{j^2\omega^2-p^2} \quad (43)$$

4. CONCLUZII

Modelarea disipării vâscoase, cu ajutorul unui coeficient de amortizare vâscoasă reprezentat într-o serie de puteri, permite ca forţa vâscoasă să poată fi reprezentată în serie de puteri după armonicele impare ale pulsaţiei fundamentale de excitaţie.

În cazul aplicării unei excitaţii inerţiale armonice asupra materialului vâscoelastic neliniar, se constată că armonicele superioare ***jω***, cu ***j*** = 3, 5, 7,... sunt excitate, iar energia internă maximă disipată este direct proporţională cu $(j\omega)^4$.

Coeficientul de pondere al energiei interne maxime disipate datorită componentei armonice superioare, se măreşte spectral cu ordinul acesteia.

Bibliografie

*1. **Bratu. P**. - Sisteme elastice de rezemare, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1990.*

*2. **Bratu, P**. - Vibraţii mecanice, Ed. IMPULS, Bucureşti, 1996.*

*3. **Bratu, P**. - Vibraţii mecanice. Teorie. Aplicaţii tehnice, Bucureşti, Editura IMPULS, 1998.*

*4. **Bratu, P**. - Vibraţiile sistemelor elastice, Ed. Tehnică, Bucureşti, 2000.*

*5. **Bratu, P., Mihalcea, A.** - The 5''' European Rheology Conference, Universitatea din Liubliana, Slovenia, 1998.*

*6. **Mihăilescu, St, Bratu, P., Goran, V., Vlădeanu, A.,** Maşini de construcţii, vol l II, III, Ed. Tehnică. Bucureşti, 1984 - 1086.*

*7. **Osinski, Z.** - Teoria drgan, Varszawa, 1978.*

*8. **Stuart, D.R.** - An Introduction to Fourier Analysis, London, Methnen & Co Ltd., 1961.*

*9. **Wilhem, M., Maring, D., Reinheimer, P., Ortseifer, M., Spiess, W.H.,** High Resolution Fourier Transform Rheology, The 5^{lh} European Rheology Conference, Universitatea din Liubliana, Slovenia, 1998.*