

## SIMULATOR DE IMPEDANȚĂ METROLOGIC

V. Nastas, A. Cazac

Universitatea Tehnică a Moldovei

### INTRODUCERE

Pentru măsurarea cu precizie înaltă a impedanței se utilizează metoda de echilibrare. Un caz particular de implementare practică a acestei metode este metoda rezonanței simulate, ce permite realizarea unor structuri simple ale circuitelor și algoritmilor de măsurare și poate fi utilizată pentru măsurarea cu precizie înaltă a impedanței cu orice caracter al componentelor [1]. Deosebirea acestei metode de metoda de rezonanță clasică constă în utilizarea unui simulator de impedanță în calitate de element de referință, ceea ce permite reproducerea impedanțelor de referință cu orice caracter și ca urmare, – echilibrarea circuitului de măsurare după toate componentele impedanței măsurate. Aceasta asigură o precizie înaltă de măsurare, caracteristică metodei de nul, atât pentru componenta reactivă, cât și pentru componenta activă a impedanței măsurate. Posibilitatea simulării impedanței cu orice caracter permite excluderea magazinelor de capacitate și inductanță și, ca urmare, simplifică considerabil implementarea practică și algoritmi de măsurare.

Utilizarea simulatorului de impedanță în calitate de element de referință impune către acesta o serie de cerințe dictate de asigurarea metrologică a măsurărilor, fapt care a determinat denumirea de “simulator de impedanță metrologic” (SIM) și care va fi utilizată în continuare.

### 1. STRUCTURA SIM

Pentru realizarea simulatoarelor de impedanță se utilizează elemente active cu reacții inverse pozitive și negative. Sînt cunoscute realizări de simulatoare de impedanță pe bază de tranzistoare și alte elemente cu amplificare finită [2], însă ele nu au primit o răspândire largă din cauza influenței puternice a parametrilor acestor elemente și a instabilității lor asupra caracteristicilor simulatorului de impedanță. Simulatoarele de impedanță pe bază de amplificatoare operaționale cu reacții inverse pozitive și negative [3] sînt libere de acest neajuns și asigură reproducerea impedanțelor cu parametri determinați numai de impedanțele incluse în reacțiile inverse.

Structura generalizată pentru sinteza circuitelor SIM cu diferite caracteristici este reprezentată în figura 1. Pentru obținerea unei impedanțe simulate cu anumit caracter, conform acestui principiu, se utilizează un amplificator operațional AO dotat cu reacții pozitivă și negativă prin intermediul impedanțelor  $Z_1 - Z_4$ .

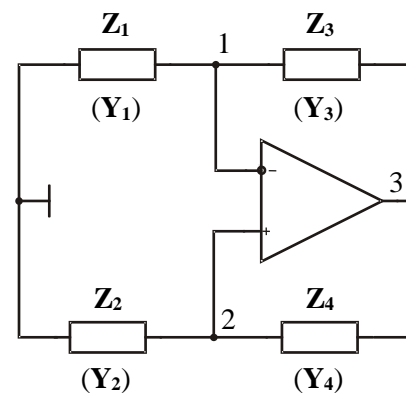


Figura 1. Structura generalizată pentru sinteza SIM.

Independența impedanței simulate de caracteristicile amplificatorului operațional este determinată de proprietățile acestuia (coeficientul de amplificare și impedanța de intrare infinite, rezistența de ieșire nulă etc.). Ca urmare, caracterul și valoarea impedanței simulate sînt determinate numai de caracterul și valorile impedanțelor  $Z_1 - Z_4$ .

Pe baza acestei structuri poate fi sintetizată o clasă deplină de circuite SIM (tabela 1). Toate patru structuri din tab.1 asigură la bornele de intrare reproducerea unei impedanțe simulate  $Z_{in}$ , valoarea căreia poate fi determinată [3]:

$$Z_{in} = -\frac{Z_A Z_B}{Z_C} \quad (1)$$

unde  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  – impedanțe operaționale incluse în reacțiile inverse. Expresiile concrete pentru fiecare tip de SIM depind de configurația acestuia și de asemenea sînt prezentate în tab. 1. Structurile 1a și 2b asigură simularea impedanței cu un pol conectat la masă, iar impedanțele simulate de structurile 1b și 2a sînt flotante.

Deoarece structura unui circuit SIM conține reacții inverse, o importanță foarte mare are problema asigurării stabilității la utilizarea lor în

componenta circuitelor de măsurare. Această problemă poate fi soluționată prin aplicarea criteriilor de stabilitate cunoscute (Nyquist, Rauss - Gurvitz, etc) la analiza circuitelor și condițiilor de utilizare a fiecărui SIM aparte. Conform teoriei clasice [2], un circuit SIM pentru reproducerea impedanțelor cu caracter activ posedă una din cele două tipuri de stabilitate:

1. Stabilitatea până la regimul de lucru în gol, când structura simulatorului de impedanță este stabilă la variația rezistenței externe  $Z_s$  cuplate la bornele de intrare în banda de valori:

$$Z_s \gg |Z_{in}| \quad (2)$$

2. Stabilitatea până la regimul de scurt circuit, când stabilitatea se asigură la variația  $Z_s$ :

$$Z_s \ll |Z_{in}| \quad (3)$$

**Tabelul 1.** Circuite SIM generare din structura reprezentată în fig. 1.

	1	2
a		
$Z_{in}$	$Z_{in} = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2}$	$Z_{in} = -\frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$
Condiția stabilității	$R_s \ll \frac{R_1 R_3}{R_2}$	$R_s \ll \frac{R_1 R_2}{R_3}$
b		
$Z_{in}$	$Z_{in} = -\frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$	$Z_{in} = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2}$
Condiția stabilității	$R_s \gg \frac{R_1 R_2}{R_3}$	$R_s \gg \frac{R_1 R_3}{R_2}$

Pentru determinarea tipului stabilității structurilor din tabelul 1, este rațional de utilizat criteriul Rauss - Gurvitz. Matricea admitanțelor pentru structura generalizată a simulatorului de impedanță are forma:

$$Y = \begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3 & 0 & -Y_3 \\ 0 & Y_2 + Y_4 & -Y_4 \\ +1 & -1 & 0 \end{Bmatrix}$$

Determinantul matricei de mai sus exprimat prin impedanțele corespunzătoare:

$$\Delta = \frac{Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2 Z_3 Z_4} \quad (4)$$

Problema determinării stabilității circuitelor cu determinantul de forma (4) poate fi rezolvată numai pentru cazuri concrete ale impedanțelor  $Z_1 \div Z_4$ . Pentru exemplu ne vom limita la analiza cazului, când impedanțele  $Z_1 \div Z_4$  posedă caracter de rezistențe active. În acest caz condiția stabilității structurii devine:

$$\Delta = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4} > 0 \quad (5)$$

Aplicând condiția (5) la structurile din tab. 1, determinăm banda de variație a rezistenței externe  $R_s$ , pentru care structurile simulatorului de impedanță sînt stabile. Astfel, structurile 1a, 2a posedă stabilitate pînă la regimul de scurt circuit, iar structurile 1b, 2b posedă stabilitate pînă la regimul de lucru în gol. La utilizarea simuloarelor de impedanță în circuite de măsură în mod obligatoriu trebuie luat în considerație, în dependență de caracterul și valorile impedanțelor  $Z_1 \div Z_4$ , tipul stabilității.

## 2. ERORILE SISTEMATICE ALE SIMULATORULUI DE IMPEDANȚĂ.

În mod obligatoriu, la utilizarea simulatorului de impedanță în calitate de măsură, e necesară determinarea erorii sistematice a impedanței reproduce. Eroarea absolută a impedanței simulate  $\Delta Z$  poate fi definită:

$$\Delta Z = Z_{in}^r - Z_{in}^i \quad (6)$$

unde:  $Z_{in}^r$  - valoarea reală a impedanței simulate,  $Z_{in}^i$  - valoarea impedanței simulate determinată conform expresiei (1).

Eroarea relativă a impedanței simulate  $\delta_z$ :

$$\delta_z = \frac{Z_{in}^r - Z_{in}^i}{Z_{in}^i} = \frac{Z_{in}^r}{Z_{in}^i} - 1 \quad (7)$$

O componentă specifică a erorii impedanței simulate este cauzată de factorii de neidealitate a amplificatorului operațional (AO). În rezultatul analizei modelului real al unui amplificator operațional contemporan [3], au fost selectați următorii factori de neidealitate:

1. Valoarea limitată a coeficientului de amplificare al amplificatorului operațional fără reacție inversă  $A_0$ . Această mărime pentru AO contemporane variază în banda  $10^3 \div 10^7$ .

2. Dependența coeficientului de amplificare al amplificatorului operațional de frecvența semnalului  $A=A(\omega)$ . Această dependență poate fi aproximată [3]:

$$A = \frac{A_0}{1 + j\omega_n \cdot A_0} \quad (8)$$

unde:  $\omega_n = \omega_s/\omega_t$  - frecvența normalizată a semnalului,  $\omega_s$  - frecvența semnalului,  $\omega_t$  - frecvența unitară a caracteristicii amplitudine - frecvență a AO.

3. Impedanțele de intrare de mod comun și diferențială limitate, respectiv  $Z_s$  și  $Z_d$ . În caz general ele posedă caracter complex din cauza prezenței capacităților parazite de intrare  $C_s$  și  $C_d$  și pot fi exprimate :

$$Z_s = \frac{R_s}{1 + j\omega\tau_s} \quad (9)$$

$$Z_d = \frac{R_d}{1 + j\omega\tau_d} \quad (10)$$

unde:  $\tau_s = R_s \cdot C_s$  - constanta de timp a impedanței  $Z_s$ ,  $\tau_d = R_d \cdot C_d$  - constanta de timp a impedanței  $Z_d$ ,  $R_s, R_d$  - rezistențele active de intrare de mod comun și diferențială,  $C_s, C_d$  - capacitățile parazite de intrare respective.

4. Prezența impedanței de ieșire a amplificatorului operațional  $Z_o$ , mărimea căreia este diferită de zero.

Luînd în considerație factorii susnumiți, structura generalizată reală a simulatorului de impedanță poate fi reprezentată (Fig. 2):

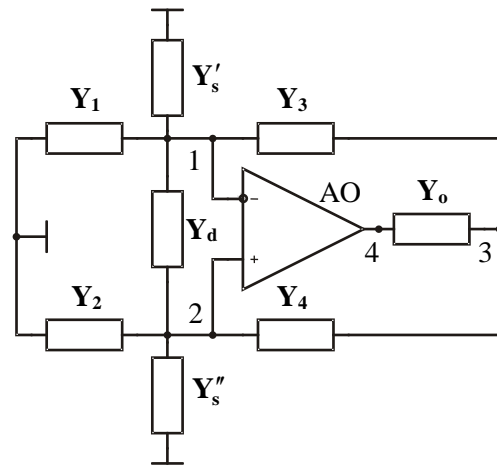


Figura 2. Modelul SIM pentru determinarea erorii sistematice.

Determinarea erorii sistematice a impedanței simulate poate fi efectuată determinînd mărimile din expresiile (6), (7) prin metoda matricelor admitanțelor. Pentru modelul prezentat în figura 2 matricea admitanțelor prezintă:

$$Y = \begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y'_S + Y_d & -Y_g & -Y_3 & 0 \\ -Y_d & Y_2 + Y_4 + Y''_S + Y_d & -Y_4 & 0 \\ -Y_3 & -Y_4 & Y_3 + Y_4 + Y_0 & -Y_0 \end{Bmatrix}$$

Impedanța de intrare a structurilor simuloarelor de impedanță prezentate în tabela 1 poate fi determinată prin egalarea cu zero a determinantului matricei de mai sus, considerând că:

$$Z_{in} = -Z_S \quad (11)$$

și utilizând în calitate de  $Z_S$  rezistența operațională ce lipsește în structurile din tabela 1.

Deoarece matricea completă a admitanțelor conține multe elemente, este mai rațional de determinat componentele erorii cauzate de fiecare factor de neidealitate al amplificatorului operațional în parte, considerând celelalte proprietăți ideale. Matricea admitanțelor și egalitățile pentru determinarea componentelor erorii, precum și eroarea sumară pentru structura 2b din tabelul 1, care prezintă cel mai mare interes practic, sînt prezentate în tabelul 2.

**Tabelul 2.** Componentele erorii simulatorului de impedanță.

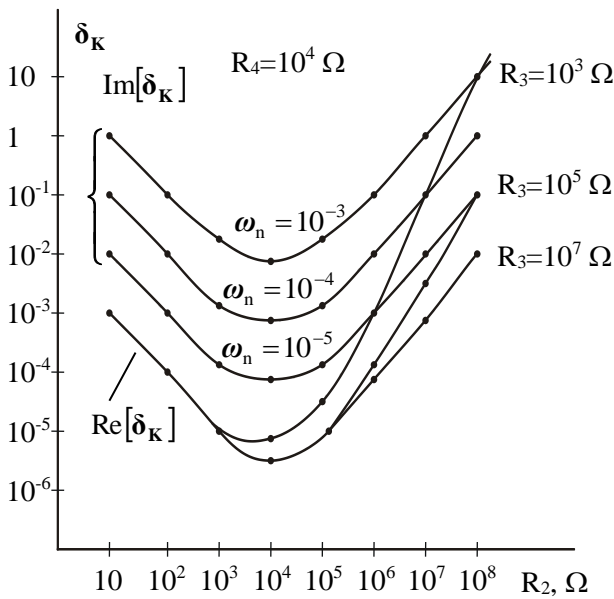
Sursa erorii	Matricea admitanțelor	Relația de determinare a erorii
		Componenta erorii (pentru 2b, tab. 1)
1. Neidealitatea coeficientului de amplificare al amplificatorului operațional: $\tilde{K} = \frac{K_0}{1 + j\omega_S K_0}$	$\begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3(1 + \tilde{K}) & -\tilde{K}Y_3 \\ \tilde{K}Y_4 & Y_2 + Y_4(1 - \tilde{K}) \end{Bmatrix}$	$\left(\frac{Z_4 Z_1}{Z_2 Z_3} - 1\right) + \frac{1}{\tilde{K}} \left(\frac{Z_1}{Z_3} + 1\right) \left(\frac{Z_4}{Z_2} + 1\right) = 0$ $\delta_{\tilde{k}} = \left(\frac{1}{k_0} + j\omega_S\right) \frac{2 + \frac{Z_4}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_4}}{1 + \left(\frac{1}{k_0} + j\omega_S\right) \left(1 + \frac{Z_2}{Z_4}\right)}$
2. Impedanța de intrare diferențială a amplificatorului operațional: $Z_d \neq \infty$	$\begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_d & -Y_d & -Y_3 \\ -Y_d & Y_2 + Y_4 + Y_d & -Y_4 \\ +1 & -1 & 0 \end{Bmatrix}$	$Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3 = 0$ $\delta_{zd} = 0$
3. Impedanțele de intrare de mod comun ale amplificatorului operațional: $Z_{s1}, Z_{s2}$	$\begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y'_S & 0 & -Y_3 \\ 0 & Y_2 + Y_4 + Y''_S & -Y_4 \\ +1 & -1 & 0 \end{Bmatrix}$	$\left(\frac{Z_4 Z_1}{Z_2 Z_3} - 1\right) + \frac{Z_1}{Z'_S} \left(\frac{Z_4 Z'_S}{Z_2 Z''_S} - 1\right) = 0$ $\delta_{s} \approx \frac{Z_2}{Z'_S} \left(\frac{Z'_S}{Z''_S} - \frac{Z_3}{Z_4}\right)$
4. Impedanța de ieșire a amplificatorului operațional: $Z_{ies} \neq 0$	$\begin{Bmatrix} Y_1 + Y_3 & 0 & -Y_3 & 0 \\ 0 & Y_2 + Y_4 & -Y_4 & 0 \\ -Y_3 & -Y_4 & Y_3 + Y_4 + Y_6 & -Y_6 \\ +1 & -1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$Z_2 Z_4 - Z_2 Z_3 = 0$ $\delta_{ies} = 0$
Eroarea sumară	$\begin{Bmatrix} Y_1 + Y_S + Y_3(1 + \tilde{K}) & -\tilde{K}Y_3 \\ \tilde{K}Y_4 & Y_2 + Y_S + Y_4(1 - \tilde{K}) \end{Bmatrix}$	$\left(\frac{Z_4}{Z_2} - \frac{Z_3}{Z_1}\right) + \frac{Z_4 - Z_3}{Z_S} + \frac{1}{\tilde{K}} \left(1 + \frac{Z_3}{Z_1}\right) \left(1 + \frac{Z_4}{Z_2}\right) = 0$ $\delta_{\Sigma} = -\frac{1}{\tilde{K}} \left(2 + \frac{Z_4}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_4}\right) + \frac{Z_2}{Z_S} \left(1 - \frac{Z_3}{Z_4}\right)$ $1 + \frac{1}{\tilde{K}} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_4}\right) + \frac{Z_2}{Z_S} \left(1 - \frac{Z_3}{Z_4}\right)$

După cum rezultă din tabelul 2, structurile simuloarelor de impedanță sînt invariante la doi

factori de neidealitate ai amplificatorului operațional:

- impedanța diferențială de intrare  $Z_d$ ,
  - impedanța de ieșire  $Z_0$ .
- Factorii care influențează asupra erorii sumare a impedanței simulate sunt:
- valoarea limitată și dependența de frecvență a coeficientului de amplificare al amplificatorului operațional,
  - prezența și inegalitatea impedanțelor de intrare de mod comun  $Z'_s$  și  $Z''_s$ .

Asupra mărimii acestor erori influențează substanțial impedanțele operaționale externe. În figura 3 este reprezentată dependența componentei erorii  $\delta_K$  de rezistența  $R_2$  pentru diferite valori a  $\omega_n$ .



**Figura 3.** Dependenta erorii  $\delta_K$  de rezistența operațională  $R_2$  pentru diferite valori a  $\omega_n$ .

După cum rezultă din figura 3, valoarea minimă a erorii  $\delta_K$  se obține la satisfacerea condiției  $M_{tr}=R_4/R_2=1$ . Transformând expresia pentru această componentă a erorii  $\delta_A$  (Tab. 2), obținem:

$$\delta_K \approx -\left(2 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_2}{R_4}\right) * \frac{[K_0^{-1} + \omega_n^2(1 + R_3/R_2)] + j\omega_n}{1 + \omega_n^2(1 + R_2/R_4)} \quad (12)$$

Pentru rezistențe operaționale pur active, în cazul reprezentării impedanței de intrare de mod comun prin circuit echivalent paralel (9), expresia pentru componenta erorii  $\delta Z_S$  (Tab. 2) poate fi exprimată în forma:

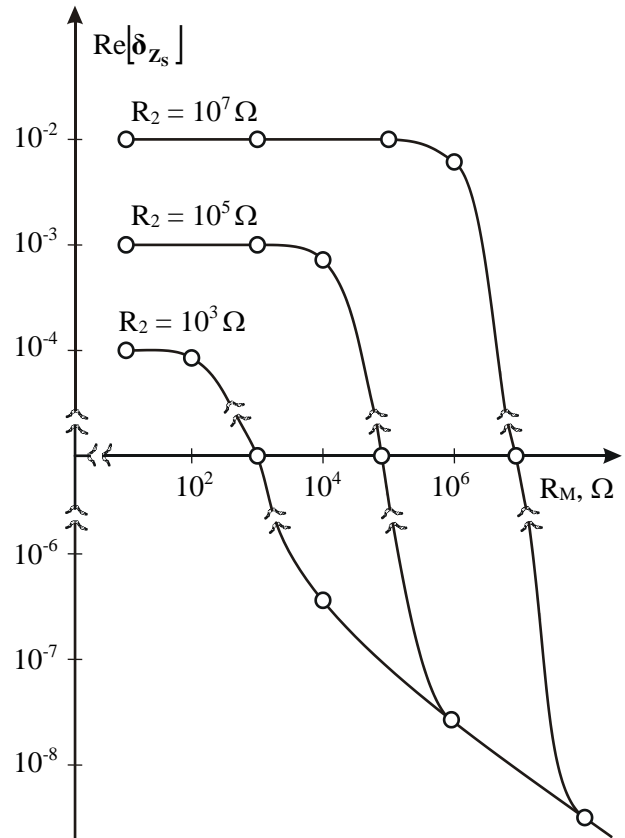
$$\delta Z_S \approx \frac{R_2}{R_S} \left(1 - \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot (1 + j\omega\tau_S) \quad (13)$$

După cum urmează din (13), la satisfacerea condiției  $R_3 = R_4$ , eroarea  $\delta Z_S=0$  și, prin urmare,

acest regim poate fi recomandat pentru obținerea erorii minime cauzate de influența impedanțelor de intrare de mod comun ale amplificatorului operațional. Dependența erorii  $\delta Z_S$  de valoarea rezistenței reproduse  $Z_M$  este prezentat în figura 4.

Calculul erorilor SIM în cazul impedanțelor  $Z_1-Z_4$  cu caracter complex trebuie efectuat cu evidența caracterului acestor impedanțe. Componentele erorii  $Z_{in}$  se vor determina prin rezolvarea ecuațiilor respective din tabelul 2 pentru fiecare caz concret.

Deoarece în circuitele de măsurare impedanțele simulate sînt utilizate în calitate de măsură, precizia lor determină precizia măsurărilor. Conform celor expuse, neidealitatea caracteristicilor AO aduce la eroarea sistematică a impedanței reproduse, factor care micșorează precizia măsurării.

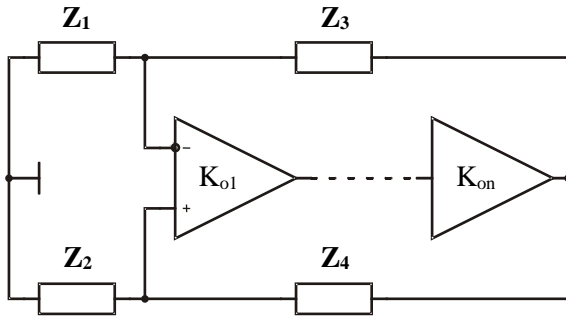


**Figura 4.** Dependenta componentei erorii instrumentale a simulatorului  $Re[\delta Z_S]$  de nominalul mărimii  $R_M$ .

Ponderea componentelor erorii cauzate de neidealitatea fiecărei caracteristici în parte în eroarea sumară este determinată de particularitățile concrete ale aplicării simulatorilor de impedanță: banda de valori a  $Z_{in}$ , valorile impedanțelor  $Z_1-Z_4$ , forma semnalului de măsurare etc. Însă independent

de aceste particularități, pot fi recomandate soluții ce permit minimizarea unor componente ale erorii:

- Micșorarea erorii cauzate de valoarea limitată a coeficientului de amplificare a amplificatorului operațional  $K_0$  este posibilă prin utilizarea unui AO format din câteva etaje (Fig. 5).



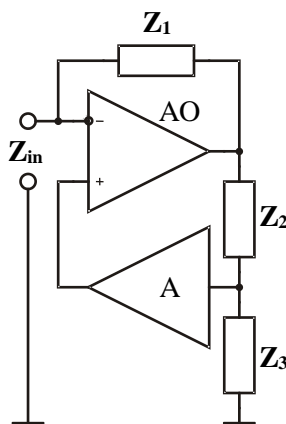
**Figura 5.** Minimizarea erorii cauzate de valoarea limitată a coeficientului de amplificare a AO.

Coeficientul sumar de amplificare  $K_0$  se determină:

$$K_0 = \prod_{i=1}^n K_{0i} \quad (14)$$

La utilizarea acestei metode e necesar de efectuat corecția fiecărui AO în parte și a amplificatorului în întregime pentru asigurarea stabilității.

- Micșorarea erorii cauzate de influența impedanțelor de intrare de mod comun  $Z_s$ . Este posibilă prin utilizarea unui amplificator - tampon în circuitul reacției inverse a AO (Fig. 6).



**Figura 6.** Minimizarea erorii cauzate de impedanțele de intrare de mod comun

În acest caz expresia pentru impedanța simulată  $Z_{in}$  are forma:

$$Z_{in} = -\frac{AZ_1}{1 - A + Z_2/Z_3}, \quad (15)$$

unde: A - coeficientul de amplificare a amplificatorului suplimentar. Pentru acest caz eroarea  $\delta Z_{in}$ :

$$\delta Z_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{in}^0} - 1 = \frac{A}{1 - A \cdot Z_3/Z_2} - 1 \quad (16)$$

pentru  $Z_3/Z_2 \ll 1, Z_1/Z_s \ll 1$ .

### 3. CONCLUZII

1. Simulatoarele de impedanță pot fi utilizate în calitate de elemente de referință în circuite pentru măsurarea componentelor impedanței. Impedanța reprodusă este determinată numai de impedanțele conectate în reacții inverse și nu depinde de caracteristicile amplificatorului operațional.
2. Stabilitatea circuitului de măsurare se asigură prin prevalarea nivelului reacției negative asupra celei pozitive în toată banda de valori a impedanței simulate, cât și prin corecția caracteristicii amplificatorului operațional.
3. Neidealitatea unor caracteristici a amplificatorului operațional, așa ca valoarea limitată și dependența de frecvență a coeficientului de amplificare, impedanțele de intrare de mod comun limitate, aduce la eroarea sistematică a impedanței reproduse valoarea căreia poate fi determinată. Așa caracteristici ca impedanța de intrare diferențială și impedanța de ieșire nu influențează asupra erorii impedanței reproduse.

### 3. Bibliografia

1. **Nastas V., Scînteianu M.** Măsurarea impedanței prin metoda de rezonanță. Meridian Ingineresc, Chișinău, Nr. 2, pag. 70 ... 74, 2001.
2. **Bening F.** Otrițatel'nye soprotivlenia v electronnyh shemah. Trad. Din l. germană.- M.: Sovetscoe radio, 1975.
3. **Guticov V.S.** Integral'naia electronica v izmeritel'nyh ustroistvah. Leningrad, „Energia”, 1980.