

DETERMINAREA UNOR SOLUȚII PARTICULARE ALE PROBLEMEI NEWTONIENE A ȘAPTE CORPURI

Elena CEBOTARU

Universitatea Tehnică a Moldovei

Rezumat: Se determină soluțiile particulare exacte ale problemei newtoniene a șapte corpuri și se determină intervalele de variație ale parametrilor.

Cuvinte cheie: problemă newtoniană, configurație, soluții particulare, puncte de echilibru, ecuație diferențială a mișcării.

S-a cercetat problema existenței configurației ce reprezintă un pătrat în interiorul căruia alte trei mase se mișcă de-a lungul unei drepte ce trece prin originea sistemului de coordonate.

S-a demonstrat că în problema newtoniană a șapte corpuri există mai multe familii de soluții exacte ce reprezintă configurația descrisă.

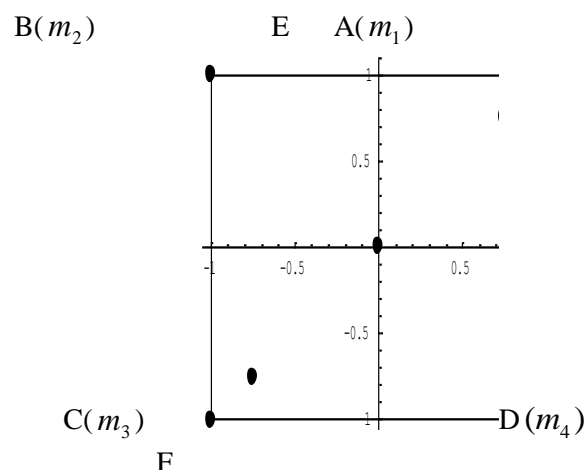
Ecuatiile diferențiale ale problemei newtoniene a 7-corpuri în sistemul cartezian de coordonate P_0XY au forma:

$$\begin{cases} \frac{d^2 X_k}{dt^2} = \omega_k^2 X_k + 2\omega \frac{dY_k}{dt} - f \frac{m_0 X_k}{r_k^3} + \frac{\partial \tilde{R}_k}{\partial X_k} \\ \frac{d^2 Y_k}{dt^2} = \omega_k^2 Y_k - 2\omega \frac{dX_k}{dt} - f \frac{m_0 Y_k}{r_k^3} + \frac{\partial \tilde{R}_k}{\partial Y_k} \end{cases} \quad (1),$$

unde

$$\begin{cases} \tilde{R}_k = f \sum_{j=1}^6 m_j \left(\frac{1}{\Delta_j} - \frac{X_k X_j + Y_k Y_j}{r_j^3} \right), j \neq k \\ \Delta_j^2 = (X_j - X_k)^2 + (Y_j - Y_k)^2, f=1, m_0=M=1. \\ r_j^2 = X_j^2 + Y_j^2 \end{cases}$$

S-a studiat configurația ce reprezintă un pătrat în vîrfurile căruia se află corpurile respectiv de masă: m_1, m_2, m_3, m_4 , iar în interiorul lui masele m_5, m_6 sînt situate pe bisectoarea cadranelui I, în cadranele I și, respectiv, III, al șaptelea corp de masă m_0 fiind situat în originea sistemului de coordonate. Coordonatele corpurilor s-au notat respectiv prin: $A(\alpha, \alpha), B(-\alpha, \alpha), C(-\alpha, -\alpha), D(\alpha, -\alpha), E(\beta, \beta), F(-\beta, -\beta), \alpha, \beta \in R^+$.

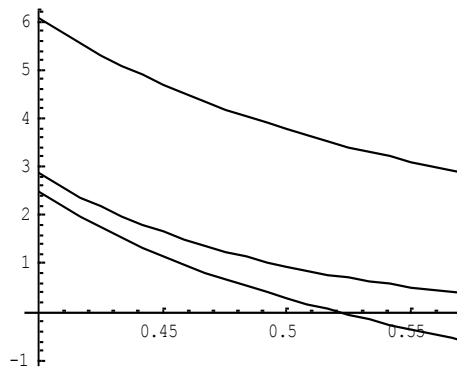
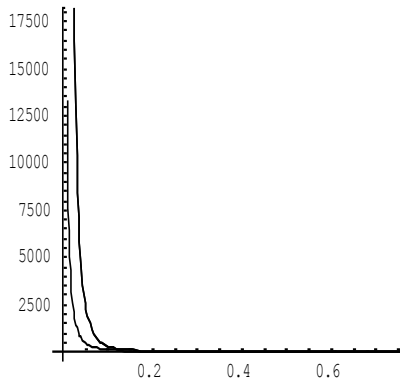


Punctele de echilibru ale sistemului (1) se determină aplicînd Sistemul Simbolic de Calcul (SSC) Matematica [3].

Considerînd $\omega = const.$ obținem că

$$\begin{cases} \omega^2 = f_1(\alpha, \beta, m_6) \\ m_1 = f_2(\alpha, \beta, m_6) \\ m_2 = f_3(\alpha, \beta, m_6) \\ m_1 = m_3 \\ m_2 = m_4 \\ m_5 = m_6 \end{cases} \quad (2).$$

Pentru simplitate s-a luat $\alpha = 1$. Variind parametrul m_6 putem determina posibilele valori ale lui β , care asigură existența configurației ($\omega^2 > 0, m_1 > 0, m_2 > 0$). La realizarea acestui pas s-au folosit posibilitățile grafice ale SSC Matematica. Astfel, dacă $\alpha = 1, m_6 = 0.1$ avem:



Rezultatele cercetărilor au fost introduse în tabelul:

$\alpha=1$	
m_6	β
0.1	(0.01;0.52)
0.01	(0.01;0.66)
0.001	(0.01;0.77)
0.0001	(0.01;0.85)
0.00001	(0.01;0.9)

Dacă $\alpha=2$ atunci:

m_6	β
0.1	(0.01;1.03)
0.01	(0.01;1.32)
0.001	(0.01;1.55)
0.0001	(0.01;1.71)
0.00001	(0.01;1.81)

Astfel, folosind datele din tabel, putem determina valori exacte pentru ω^2, m_1, m_2 :

α	β	m_6	m_1	m_2	ω^2
1	0.1	0.1	333.698	333.678	128.231
1	0.2	0.1	37.1678	37.0866	29.3935
1	0.3	0.1	9.05682	8.86539	11.7555
1	0.4	0.1	2.85698	2.48789	6.08359
1	0.45	0.1	1.65264	1.1572	4.69721

Literatura:

1. **Renneth R. Meyer and Dieter S. Schmidt** : "Bifurcation of relative equilibria in the 4-and 5-body problem", Department of Mathematical Sciences; Department of Computer Science, University of Cincinnati, Ohio 45221, USA
2. **Гребеников Е.А., Козак Д., Якубяк М.,** *Методы компьютерной алгебры в проблеме многих тел.* Изд. 2-е. М.: Изд-во РУДН, 2002.
3. **Wolfram S.** *The Mathematica Book.* Cambridge: University Press, 1996.
4. **Ньютон Исаак:** *Математические начала натуральной философии,* -М.-Л.: книга, Крылов А.Н., Собрание трудов, т.7, 1936.
5. **Абалакин В.К., Аксенов В.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А.,** *Справочное руководство по небесной механике и астродинамике,* под ред. Г.Н. Дубошина, -М.: Наука, 1976.
6. **Дубошин Г.Н.** *Небесная механика. Основные задачи и методы,* -М.: Изд-во РУДН, 2002.
7. **Себекей В.** *Теория орбит,* -М.: Наука, 1982.
8. **Lagrange I.L.,** *Recherches sur la maniere de formes des tables des planets d'apres les seules observations,* -Oeuvres, -Paris: v.1-14, 1878-1912.
9. **Голубев В.Г., Гребеников Е.А.,** *Проблема трех тел в небесной механике,* - М.: Изд-во Московского Университета, 1985.
10. **Elmabsout B.,** *Sur l'existence de certaines configurations d'equilibre relative dans le problème des n corps,* -Cel. Mech. and Dyn. Astron., v.4, N 1, 1988, p.-131-151.