

## MODELAREA PROCESULUI DE GENERARE A DINȚILOR CU MODIFICARE DE PROFIL

I. Bostan

Universitatea Tehnică a Moldovei

### INTRODUCERE

Valorificarea pe scară largă a transmisiilor planetare precesionale este dictată de elaborarea unor tehnologii industriale de fabricare a roților dințate cu profil nestandard al dinților. De aceea, problemele prelucrării industriale a roților dințate cu profil nestandard al dinților rămâne în continuare o problemă actuală. Tehnologia existentă elaborată de [1,2] bazată pe utilizarea sculei, care efectuează mișcare precesională, este principial nouă și necesită completarea mașinilor unelte de danturare existente cu un dispozitiv special.

Existența utilajului modern de prelucrare bazat pe utilizarea echipamentului tehnologic cu 5 axe mobile ale sculei generatoare deschide posibilități reale în prelucrarea roților dințate cu profil nestandard al dinților. În acest scop se propune modificarea procedurii existent de generare, prin care axei sculei generatoare i se impune o mișcare de rotație variabilă în jurul unei axe fixe perpendiculare pe axa de rotație a semifabricatului.

### ELABORAREA MODELULUI MATEMATIC AL PROCESULUI DE GENERARE

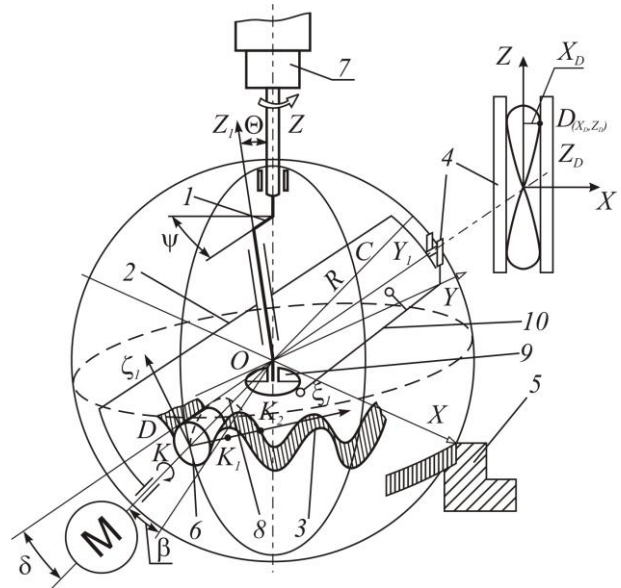
Pentru elaborarea programului de calculator, necesar pentru dotarea echipamentului tehnologic existent, este necesară elaborarea unui model matematic al procesului de generare a dinților și simularea lui pe calculator. În acest scop a fost ales softul MathCAD și concretizate unele date inițiale. Modelul matematic de calcul este reprezentat în continuare. Un punct C al axei mecanismului de legătură după ce i se comunică o mișcare suplimentară de la camă descrie o

trajectorie față de sistemul fix  $OXYZ$  (fig. 1) conform ecuațiilor (1):

$$\begin{aligned} X_{Cm_\psi} &:= 0 \cdot \text{mm} \\ Z_{Cm_\psi} &:= R_C \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$Y_{Cm_\psi} := \sqrt{(R_C)^2 - (Z_{Cm_\psi})^2},$$

unde  $R_C$  este distanța punctului C de la originea O a sistemului fix de coordonate, care coincide cu centrul de precesie,  $\theta$  - unghiul de precesie,  $\psi$  -



**Figura 1.** Schema principială a mecanismului de realizare a metodei de prelucrare a danturii roții precesionale.

unghiul de rotație al axului conducător.

Un punct arbitrar D al axei sculei descrise față de sistemul fix o trajectorie conform ecuațiilor 2.

$$\begin{aligned} X_{Dm_\psi} &:= -\sin(\delta) \sin(\psi \cdot \text{deg}) \left[ Y_{Cm_\psi} \cdot \sin(\theta) + Z_{Cm_\psi} \cdot (1 - \cos(\theta)) \cos(\psi \cdot \text{deg}) \right] \\ Y_{Dm_\psi} &:= -Y_{Cm_\psi} \cdot \cos(\delta) + Z_{Cm_\psi} \cdot \sin(\delta) \left( \cos(\psi \cdot \text{deg})^2 + \cos(\theta) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg})^2 \right) \\ Z_{Dm_\psi} &:= -Y_{Cm_\psi} \cdot \sin(\delta) \cdot \left( \cos(\psi \cdot \text{deg})^2 + \cos(\theta) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg})^2 \right) - Z_{Cm_\psi} \cdot \cos(\delta) \end{aligned} \quad (2)$$

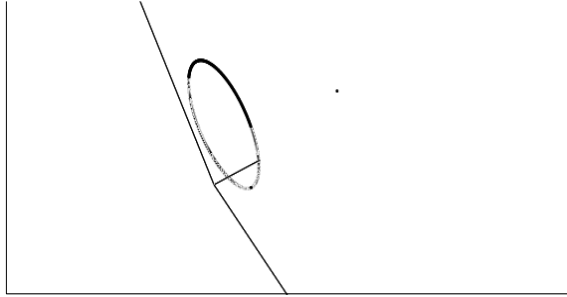
unde:  $R_D$  este distanța de la punctul  $D$  până la originea sistemului de coordonate  $OXYZ$ ,  $\delta$  - unghiul de conicitate al axoidului.

Mișcarea punctului  $D$  în raport cu sistemul mobil  $OX_1Y_1Z_1$ , legat rigid de semifabricat, care se rotește, se descrie de ecuațiile 3.

$$\begin{aligned} X_{1Dm_\psi} &:= X_{Dm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) - Y_{Dm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) \\ Y_{1Dm_\psi} &:= X_{Dm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) + Y_{Dm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) \\ Z_{1Dm_\psi} &:= Z_{Dm_\psi}. \end{aligned} \quad (3)$$

Aici  $Z_1$  este numărul de dinți ai semifabricatului.

Traietoria mișcării punctului  $D$  modificat (punct al sculei, față de sistemul fix de coordonate) este prezentată în fig. 2.

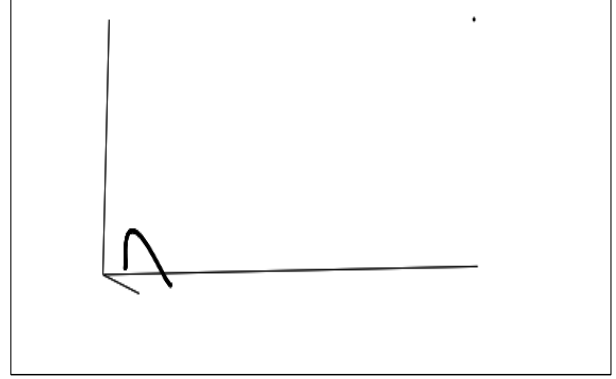


( $X_{Dm}, Y_{Dm}, Z_{Dm}$ )

Figura 2.

$$\begin{aligned} V_{XDm_\psi} &:= -\omega \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \cdot \left[ Y_{Cm_\psi} \cdot \sin(\theta) + Z_{Cm_\psi} \cdot (1 - \cos(\theta)) \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \right] - \\ &- \sin(\delta) \sin(\psi \cdot \text{deg}) \left[ V_{Ycm_\psi} \sin(\theta) + V_{Zcm_\psi} (1 - \cos(\theta)) \cos(\psi \cdot \text{deg}) - Z_{Cm_\psi} \omega \cdot (1 - \cos(\theta)) \sin(\psi \cdot \text{deg}) \right] \\ V_{YDm_\psi} &:= -V_{Ycm_\psi} \cos(\delta) + V_{Zcm_\psi} \sin(\delta) \left( \cos(\psi \cdot \text{deg})^2 + \cos(\theta) \sin(\psi \cdot \text{deg})^2 \right) + \\ &+ Z_{Cm_\psi} \omega \cdot \sin(\delta) \left( -2 \cos(\psi \cdot \text{deg}) \sin(\psi \cdot \text{deg}) + 2 \cos(\theta) \sin(\psi \cdot \text{deg}) \cos(\psi \cdot \text{deg}) \right) \\ V_{ZDm_\psi} &:= -V_{Ycm_\psi} \cdot \sin(\delta) \cdot \left( \cos(\psi \cdot \text{deg})^2 + \cos(\theta) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg})^2 \right) - Y_{Cm_\psi} \cdot \omega \cdot \sin(\delta) \cdot \\ &\cdot \left( -2 \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg}) + 2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg}) \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \right) - V_{Zcm_\psi} \cos(\delta) \\ V_{X1Dm_\psi} &:= V_{XDm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) - \frac{\omega}{Z_1} X_{Dm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) - V_{YDm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) - \frac{\omega}{Z_1} Y_{Dm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) \\ V_{Y1Dm_\psi} &:= V_{XDm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) + \frac{\omega}{Z_1} X_{Dm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) + V_{YDm_\psi} \cos\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) - \frac{\omega}{Z_1} Y_{Dm_\psi} \sin\left(\frac{\psi \cdot \text{deg}}{Z_1}\right) \\ V_{Z1Dm_\psi} &:= V_{ZDm_\psi} \end{aligned} \quad (3)$$

Traietoria mișcării punctului  $D_1$  modificat (punct al sculei, față de sistemul mobil de coordonate).



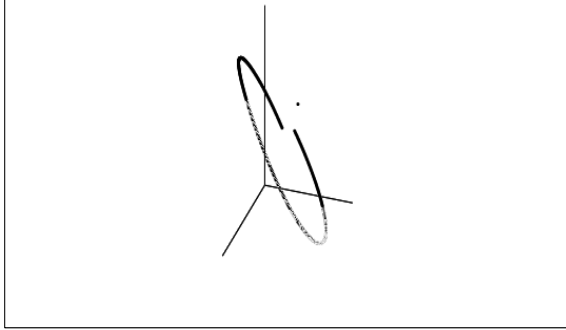
( $X_{1Dm}, Y_{1Dm}, Z_{1Dm}$ )

Figura 3.

Pentru a determina poziția punctului  $E$  pe sfera cu raza  $R_D$  și cu centrul în originea de coordonate  $O$  sunt necesare proiecțiile vitezei punctului  $D$  pe axele  $OX_1Y_1Z_1$ , care se calculează după formulele:

$$\begin{aligned} V_{ZCm_\psi} &:= -R_C \cdot \omega \cdot \sin(\theta) \sin(\psi \cdot \text{deg}) \\ V_{Ycm_\psi} &:= -\frac{Z_{Cm_\psi} \cdot V_{ZCm_\psi}}{Y_{Cm_\psi}} ; \end{aligned}$$

Aici  $Z_2$  ( $Z_2 = Z_1 + 1$ ) este numărul de dinți ai roții satelit. Proiecția vitezei punctului  $ID$  al sculei față de sistemul mobil de coordonate este prezentată în (fig.4).



( $V_{X1Dm}$ ,  $V_{Y1Dm}$ ,  $V_{Z1Dm}$ )

Figura 4.

Viteza liniară sumară a punctului  $ID$  se determină cu relația:

$$V_{1Dm} := \sqrt{V_{X1Dm}^2 + V_{Y1Dm}^2 + V_{Z1Dm}^2} \quad (4)$$

$$k_{1m\psi} := \frac{\left[ X_{1Dm\psi} \cdot \left( X_{1Dm\psi} \cdot V_{X1Dm\psi} + Y_{1Dm\psi} \cdot V_{Y1Dm\psi} \right) + \left( Z_{1Dm\psi} \right)^2 \cdot V_{X1Dm\psi} \right]}{Z_{1Dm\psi} \cdot \left( X_{1Dm\psi} \cdot V_{Y1Dm\psi} - Y_{1Dm\psi} \cdot V_{X1Dm\psi} \right)}$$

$$k_{2m\psi} := \frac{-\left( k_{1m\psi} \cdot Y_{1Dm\psi} + Z_{1Dm\psi} \right)}{X_{1Dm\psi}}$$

$$d_{1m\psi} := \frac{\left( R_C \right)^2 \cdot \cos(\beta) \cdot V_{X1Dm\psi}}{X_{1Dm\psi} \cdot V_{Y1Dm\psi} - Y_{1Dm\psi} \cdot V_{X1Dm\psi}}$$

$$d_{2m\psi} := \frac{\left( R_C \right)^2 \cdot \cos(\beta) + d_{1m\psi} \cdot Y_{1Dm\psi}}{X_{1Dm\psi}}$$

$$Z_{1Em\psi} := \frac{\left( k_{1m\psi} \cdot d_{1m\psi} - k_{2m\psi} \cdot d_{2m\psi} \right) - \left[ \left( k_{1m\psi} \cdot d_{1m\psi} - k_{2m\psi} \cdot d_{2m\psi} \right)^2 + \left[ \left( k_{1m\psi} \right)^2 + \left( k_{2m\psi} \right)^2 + 1 \right] \cdot \left[ \left( R_C \right)^2 - \left( d_{1m\psi} \right)^2 - \left( d_{2m\psi} \right)^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \left( k_{1m\psi} \right)^2 + \left( k_{2m\psi} \right)^2 + 1 \right]}$$

$$Y_{1Em\psi} := k_{1m\psi} \cdot Z_{1Em\psi} - d_{1m\psi}, \quad X_{1Em\psi} := k_{2m\psi} \cdot Z_{1Em\psi} + d_{2m\psi}$$

unde  $\beta$  este unghiul de conicitate a suprafeței generatoare a sculei.

Viteza liniară a punctului  $1E$  se determină cu relația:

$$V_{1E\psi} := \omega \cdot \sqrt{\left[ \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi \cdot \text{deg}) \cdot Z_{1E\psi} - \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos(\theta) \right) \cdot Y_{1E\psi} \right]^2 + \left[ \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos(\theta) \right) \cdot X_{1E\psi} + \frac{Z_1}{Z_2} \sin(\theta) \cdot \sin(\psi \cdot \text{deg}) \cdot Z_{1E\psi} \right]^2 + \left[ \frac{Z_1}{Z_2} \sin(\theta) \cdot \left( \sin(\psi \cdot \text{deg}) \cdot Y_{1E\psi} + \cos(\psi \cdot \text{deg}) \cdot X_{1E\psi} \right) \right]^2} \quad (6)$$

După efectuarea calculului în baza relației (4) și a unor parametri concreți ai angrenajului a fost obținut graficul vitezei liniare a punctului  $1Dm$ , prezentat în fig. 5.

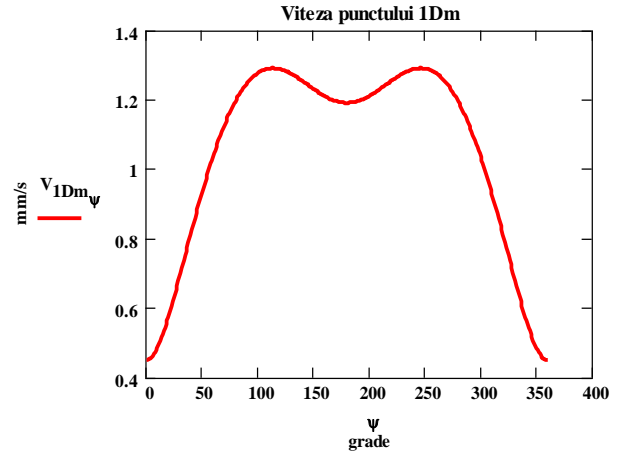
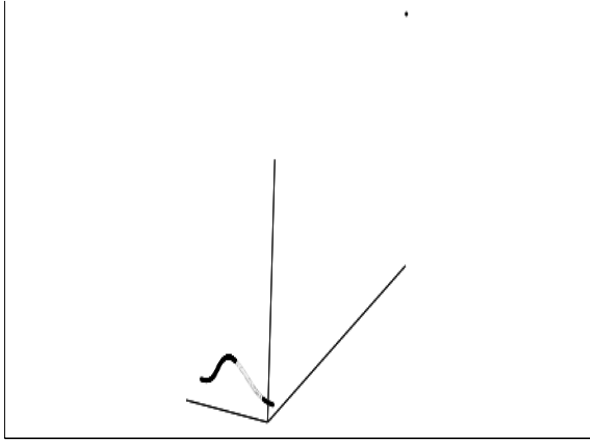


Figura 5.

Pentru determinarea vitezei periferice a punctelor de pe suprafața generatoare a sculei se ia un punct periferic  $E$ . Coordonatele punctului  $E$  pe sferă sunt prezentate în relațiile 5.

Traietoria mișcării punctului  $E$  modificat față de sistemul mobil de coordonate este prezentată în fig. 6. După efectuarea calculelor în baza relației (6) și a unor parametri concreți ai angrenajului a fost obținut graficul vitezei liniare a punctului  $IE_m$ , prezentat în fig. 7.



$(X_{1Em}, Y_{1Em}, Z_{1Em})$

Figura 6.

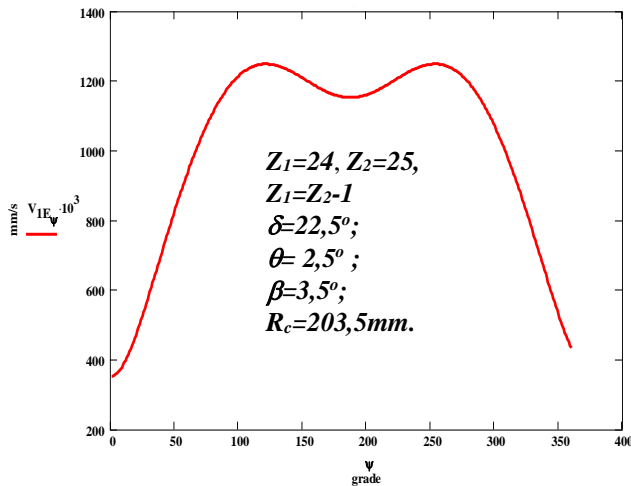


Figura 7.

Pentru a obține profilul dintelui pe un plan  $E_1\xi\zeta$ , care are originea în punctul  $E_1$  cu coordonatele determinate de ecuațiile (7),

$$\begin{aligned} X_{E1m} &:= 0 \cdot \text{mm} \\ Y_{E1m} &:= -R_D \cos(\delta + \theta + \beta) \\ Z_{E1m} &:= -R_D \sin(\delta + \theta + \beta) \end{aligned} \quad (7)$$

și a cărei axă  $E_1\xi$  trece prin punctul  $E_2$  cu coordonatele determinate de ecuațiile (8),

$$\begin{aligned} X_{E2m} &:= R_D \cos(\delta + \theta + \beta) \sin\left(\frac{2\pi}{Z_1}\right) \\ Y_{E2m} &:= -R_D \cos(\delta + \theta + \beta) \cos\left(\frac{2\pi}{Z_1}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$Z_{E2m} := -R_D \sin(\delta + \theta + \beta)$$

și care este perpendicular pe planul  $OE_1E_2$ , sunt necesare ecuația acestui plan și proiecția punctului  $E$  de pe sferă pe acest plan.

Ecuația planului transversal al dintelui este prezentată în (9):

$$A_m + B_m + C_m + D = 0 \quad (9)$$

unde:

$$\begin{aligned} n_{Xm} &:= Y_{E1m} \cdot Z_{E2m} - Y_{E2m} \cdot Z_{E1m} \\ n_{Ym} &:= X_{E2m} \cdot Z_{E1m} - X_{E1m} \cdot Z_{E2m} \\ n_{Zm} &:= X_{E1m} \cdot Y_{E2m} - X_{E2m} \cdot Y_{E1m} \\ A_m &:= (Z_{E2m} - Z_{E1m})n_{Ym} - (Y_{E2m} - Y_{E1m})n_{Zm} \\ B_m &:= (X_{E2m} - X_{E1m})n_{Zm} - (Z_{E2m} - Z_{E1m})n_{Xm} \\ C_m &:= (Y_{E2m} - Y_{E1m})n_{Xm} - (X_{E2m} - X_{E1m})n_{Ym} \\ D_m &:= (Y_{E1m} \cdot Z_{E2m} - Y_{E2m} \cdot Z_{E1m})n_{Xm} + (X_{E2m} \cdot Z_{E1m} - \\ &\quad - X_{E1m} \cdot Z_{E2m})n_{Ym} + (X_{E1m} \cdot Y_{E2m} - X_{E2m} \cdot Y_{E1m})n_{Zm} \end{aligned}$$

Coordonatele punctului  $E$  pe planul transversal dintelui se determină cu relațiile (10):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m\psi} &:= -\frac{D_m}{A_m \cdot X_{1Em\psi} + B_m \cdot Y_{1Em\psi} + C_m \cdot Z_{1Em\psi}} \\ X_{plEm\psi} &:= \varepsilon_{m\psi} \cdot X_{1Em\psi} \\ Y_{plEm\psi} &:= \varepsilon_{m\psi} \cdot Y_{1Em\psi} \\ Z_{plEm\psi} &:= \varepsilon_{m\psi} \cdot Z_{1Em\psi} \end{aligned} \quad (10)$$

Profilul dintelui în planul  $E_1\xi\zeta$  este descris de ecuațiile.

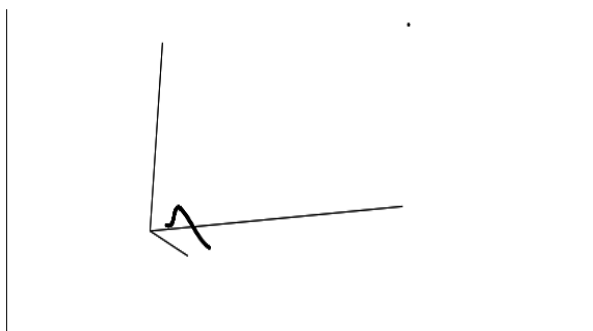
$$\begin{aligned} \xi_{m\psi} &:= X_{plEm\psi} \cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) + (R_D \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_{plEm\psi}) \sin\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) \\ \zeta_{m\psi} &:= X_{plEm\psi} \sin_\gamma \sin\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) - (R_D \cdot \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_{plEm\psi}) \sin_\gamma \cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) + \\ &\quad + (R_D \cdot \sin(\delta + \theta + \beta) + Z_{plEm\psi}) \cos_\gamma \end{aligned} \quad (11)$$

unde

$$\sin \gamma = \operatorname{tg}(\delta + \theta + \beta) / \left[ \cos^2 \frac{\pi}{Z_1} + \operatorname{tg}^2(\delta + \theta + \beta) \right]^{1/2};$$

$$\cos \gamma = \cos \frac{\pi}{Z_1} / \left[ \cos^2 \frac{\pi}{Z_1} + \operatorname{tg}^2(\delta + \theta + \beta) \right]^{1/2}.$$

În baza relațiilor (10) a fost obținută traiectoria mișcării punctului **1E** modificat (punct al axei mecanismului de legătură), care este prezentată în fig. 8.



( $X_{plEm}, Y_{plEm}, Z_{plEm}$ )

Figura 8.

În baza ecuațiilor (11) prin varierea într-o gamă largă a parametrilor geometrici de bază ai angrenajului precesional ( $\delta=0...30^\circ$ ;  $\theta=1,5...3^\circ$ ;  $\beta=2...6^\circ$ ;  $Z=10...60$ ,  $Z_1=Z_2-1$ ) au fost obținute o gamă largă de profile modificate de dinți. În fig. 9 se prezintă unul din profilele obținute pentru parametrii geometrici:  $Z_1=24$ ,  $Z_2=25$ ,  $Z_1=Z_2-1$ ,  $\delta=22,5^\circ$ ;  $\theta=2,5^\circ$ ;  $\beta=3,5^\circ$ ;  $R_c=203,5\text{mm}$ .

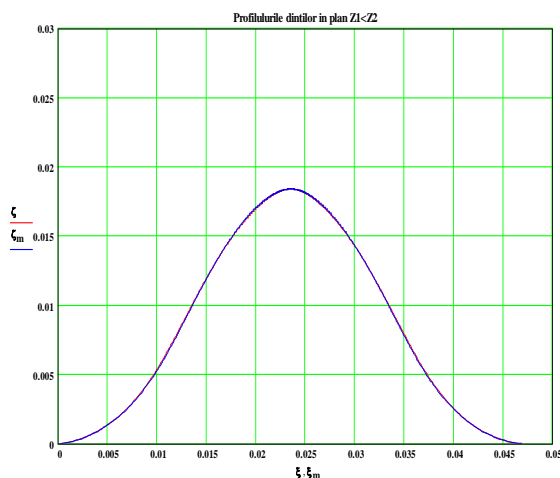


Figura 9.

## Concluzii

Rezultatele cercetărilor teoretice prezentate reprezintă o parte componentă a cercetărilor în ansamblu referitoare la elaborarea procedurii industriale de generare a profilelor nestandard al dinților angrenajului precesional cu utilizarea echipamentului tehnologic modern cu 5 axe mobile ale sculei generatoare. În particular au fost modelate ecuațiile parametrice, care vor sta la baza elaborării programului de calculator, necesar pentru dotarea echipamentului tehnologic nominalizat.

## Bibliografie

1. **Bostan I.** *Precessionnyye peredaci s mnogoparnym zacepleniem (monografie)*. Chișinău, Știința, 1991, 356p.
2. **Bostan I., Țopa M., Dulgheru V., Vaculenco M.** *Angrenaj precesional și procedeu de realizare a lui // Brevet de invenție nr. 1886MD. BOPI nr. 3, 2002.*
3. **Bostan I., Țopa M., Dulgheru V., Sochirean A.** *Aspecte oprivind prelucrarea industrială a dinților roților dințate centrale din angrenajul precesional. Meridian Ingineresc Nr.3, 2004 pag. 70-73. R. Moldova, Chișinău, SRE U.T.M.*
4. **Bostan I., Dulgheru V.** *The elaboration of multiple precessional gear theory and modern manufacturing technology //Annals of the University of Petroșani, Mechanical Engineering, Vol. 3(XXX), 2001 (ISSN 1454-9166), p.5-10.*

1.

Recomandat spre publicare: 14.12.05