

# CALCULUL POTENȚIALULUI CÎMPULUI ELECTRIC ÎN EXEMPLUL PRELUCRĂRII PRODUSELOR

**Autor(i):** Leonid IVANOV, Iurie MOLNIC

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Rezumat:** În baza fluxului total de masă aflat într-un câmp electromagnetic neomogen se determină difuzia umidității, difuzia termică, difuzia electrică și magnetică. Conform acestora se calculează relațiile de determinare a potențialului interior și exterior al produsului prelucrat imaginar sub formă de sferă utilizând teoria clasică a egalității lui Poisson. Cu ajutorul operațiilor de transformare și dezvoltare prin diferențiere și integrare obținem sistemul de ecuații ce constituie distribuția potențialului electric și câmpului electric fiind ca bază de determinare a difuziei debitului de masă în câmpuri electrice neomogene și în cele variabile.

**Cuvinte cheie:** potențial, permeabilitate dielectrică, difuzie electrică, densitate, tensiune electrică, câmp electric.

La analiza procesului de conductibilitate termică a masei în câmp electric sau electromagnetic, cu prezența difuziei electrice sau magnetice, adică fluxul total de masă va fi determinat conform relației:

$$j = -a_m \rho_0 \nabla U - a_T \rho_0 \nabla T - a_e \rho_0 (\nabla E) \pi_e - a_m \rho_0 (\nabla B) \pi_m \quad (1)$$

unde:  $a_m$  - difuzia magnetică,  $a_T$  - difuzia termică,  $a_e$  - difuzia electrică,  $\rho_0$  - densitatea,  $\nabla U$  - umiditatea,  $\nabla T$  - temperatura,  $\nabla E$  - tensiunea electrică,  $\nabla B$  - inducția magnetică.

În care primul element al formulei determină mărimea difuziei umidității, al doilea element determină difuzia termică, al treilea element corespunde conductibilității umidității sub acțiunea câmpului electric neomogen (difuzia electrică a umidității) și ultimul element difuzia magnetică a umidității în câmp magnetic neomogen. Fiecare parametru aparte este reprezentat în relațiile de mai jos:

$$a_m \rho_0 (\Delta B) \quad (2)$$

$$\pi_e = (\varepsilon - 1) \bar{E} = \kappa_e E \quad (3)$$

$$\pi_m = (\mu - 1) \bar{H} = \kappa_m \quad (4)$$

unde:  $\varepsilon$  - permeabilitatea dielectrică,  $\mu$  - permeabilitatea magnetică,  $\bar{E}$  - vectorul tensiunii electrice,

$\bar{H}$  - vectorul tensiunii magnetice.

În general valoarea difuziei electrice se determină după formula:

$$j_e = -a_e \rho_0 \text{grad} E \pi_e - \tilde{a}_e \rho_0 \tilde{E} \quad (5)$$

Difuzia magnetică se determină după formula:

$$j = -a_m(\text{grad}B)\pi_m - \widetilde{a}_m\rho_0\widetilde{B} \quad (6)$$

Ațiunea factorilor (5) și (6) este posibilă de apreciat doar în cazul în care este cunoscută repartizarea potențialului câmpului electric în exemplul de material și în condițiile sale de prelucrare. Considerăm produsul prelucrat sub formă de sferă cu raza R, repartizarea volumului densității încărcăturii din interiorul sferei are forma:

$$\rho = \rho_0 \cdot \cos \theta \quad (7)$$

unde:  $\theta$  - unghiul polar.

Începutul coordonatelor se află în centrul sferei. Determinăm potențialul  $\varphi$  și tensiunea câmpului electric E în tot spațiul sferei.

Utilizând teoria clasică a egalității lui Poisson se obțin relațiile sub forma:

$$\nabla^2 \varphi_1 = -4\pi\rho_0 \cos\theta \quad (8)$$

$$\nabla^2 \varphi_2 = 0 \quad (9)$$

unde:  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  - potențialele din interiorul și exteriorul sferei.

Condițiile limită la suprafața sferei sunt:

$$\frac{\partial\varphi_1(R_1)}{\partial r} = \frac{\partial\varphi_2(R_1\theta)}{\partial r} \quad \text{și} \quad \varphi_1(R_1\theta) = \varphi_2(R_1\theta) \quad (10)$$

Operatorul Laplace în coordonatele sferice se va scrie sub forma (pentru partea unghiulară):

$$\frac{1}{r^2 \sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \cos\theta) = -\frac{2}{r^2} \cos\theta \quad (11)$$

unde: r – coordonata curentă.

Se presupune :

$$\varphi_1 = F_2(r)\cos\theta \quad \text{și} \quad \varphi_2 = F_2(r)\cos\theta \quad (12)$$

Partea radială a egalității (8) după dezvoltarea sa se va scrie sub forma:

$$r^2 \frac{d^2}{dr^2} + 2r \frac{dF_1}{dr} - 2F_1 = -4\pi\rho_0 r^2 \quad (13)$$

Iar relația (9) se va scrie sub forma:

$$r^2 \frac{d^2 F_2}{dr^2} + 2r \frac{dF_2}{dr} - 2F_2 = 0 \quad (14)$$

Rezolvarea în particular a primei egalități poate fi scrisă sub forma:

$$F_{14} = -4\pi\rho_0 \cdot r^2 \quad (15)$$

iar rezolvarea generală o vom căuta sub forma  $C \cdot r^p$ , substituind în egalitatea (14) și simplificând elementul comun, se obține o relație la pătrat:

$$p^2 + p - 2 = 0 \quad (16)$$

unde:  $p_1 = 1$  iar  $p_2 = -2$ .

Rezultatele comune a relațiilor (13) și (14) se vor scrie sub forma:

$$F_1 = C_1 r + \frac{C_2}{r^2} - \pi \rho_0 r^2 \quad (17)$$

$$F_2 = C_3 r + \frac{C_4}{r^2} \quad (18)$$

Vom determina constantele  $C_i$  unde  $i = 1, \dots, 4$ . Din condițiile continuității a potențialului în punctul  $r = 0$  și deasemenea  $\varphi_2(\infty, \theta) = 0$ , de unde se obțin valorile constantelor  $C_2 = C_3 = 0$ , constantele  $C_1$  și  $C_4$  se determină din condițiile de combinare a grosimii radiale și a derivatelor sale în punctul  $r = R$ .

În rezultat se obține:

$$\varphi_1 = \pi \rho_0 r \left( \frac{4}{3} R - r \right) \cos \theta \quad (19)$$

$$E_{1\sigma} = 2\pi \rho_0 \left( r - \frac{2}{3} R \right) \cos \theta \quad (20)$$

$$E_{1\theta} = \pi \rho_0 \left( \frac{4}{3} R - r \right) \sin \theta \quad (21)$$

unde:  $r \leq R$ .

$$\varphi_2 = \frac{\pi \rho_0 R^4}{3\sigma^3} \cos \theta \quad (22)$$

$$E_{2\sigma} = \frac{2\pi \rho_0 R^4}{3\sigma^3} \cos \theta \quad (23)$$

$$E_{2\theta} = \frac{\pi \rho_0 R^4}{3\sigma^3} \sin \theta \quad (24)$$

unde:  $r \geq R$ .

Relațiile obținute pot fi folosite ca bază pentru determinarea componentei difuziei electrice a debitului masic în câmpuri electrice variabile cât și în cele neomogene.

### Bibliografie

1. Лыков А.В., *Теория сушки*, Москва, Энергия, 1968.
2. Carabogdan I., Vadea A., Bratianu C., Musatescu V., *Metode de analiza a proceselor si sistemelor termoenergetice*. Bucuresti, Editura Tehnica, 1989, p.335.
3. Лыков А.В., *Теория теплопроводности*. Москва, 1967.
4. Скурухин В.И., Шифрин В.Б., Дубровский В.В., *Математическое моделирование*. Киев, Техника, 1983, с.270.