

# ANALIZA PROFILURILOR DINȚILOR UTILIZATE ÎN MULTIPLICATORUL PLANETAR PRECESIONAL

Autor: Radu CIOBANU

Conducător științific: dr. hab. prof. univ. Valeriu DULGHERU,  
dr. conf. univ. Anatol SOCHIREANU.

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Rezumat:** Un rol important la transformarea eficientă a mișcării în transmisiile precesionale, care funcționează în regim de multiplicator, are forma profilului dinților. Teoria angrenajului precesional multiplu, elaborată anterior, nu lua în considerare influența erorii de schemă a mecanismului de legătură în dispozitivul de prelucrare a roților dințate asupra profilului dinților. La funcționare în regim de multiplicare, aceste erori au o influență majoră, care poate conduce la blocări de moment ale angrenajului și pierderi de putere. În acest scop, a fost efectuată o analiză minuțioasă a mecanismului de formare a mișcării în regim de multiplicare, a sursei de generare a erorii de profil a dinților. În baza teoriei fundamentale a angrenajului precesional multiplu, elaborate anterior, au fost propuse și brevetate un angrenaj nou cu profil modificat al dinților și tehnologia industrială de fabricare a lui.

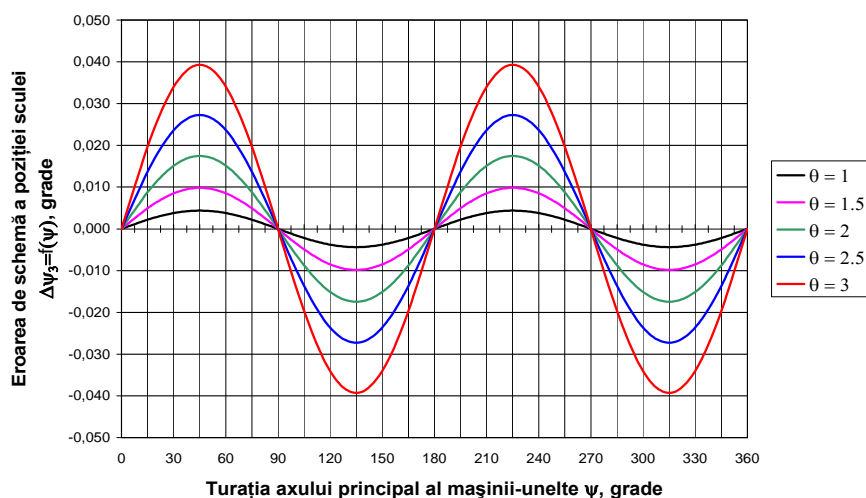
**Cuvinte cheie:** Multiplicator precesional, profilul dinților, regim de multiplicare, angrenaj precesional.

## 1. Analiza profilului dinților și argumentarea alegerii parametrilor angrenajului precesional

Din punct de vedere cinematic, legătura dintre semifabricat și sculă, în care una din ele (*scula*) efectuează mișcare sfero-spațială, fiind, în același timp, limitată de la rotire în jurul axei axului principal al mașinii-unelte de danturat, este similară legăturii neasurice din transmisia planetară precesională tip *K-H-V*. Legătura cinematică dintre sculă și partea imobilă a dispozitivului reprezintă o articulație Hooke care generează variabilitatea funcției de transfer în legătura cinematică „sculă-semifabricat”. Această variație va influența profilul dinților. Astfel, legătura sculei cu carcasa imprimă o oarecare eroare de schemă  $\Delta\psi_3$  (urmează să se înțeleagă abaterea unghiului de rotire a semifabricatului  $\psi_3$  de la unghiul de rotire respectiv al acestui semifabricat  $\psi_3^m$  la rotirea uniformă a lui):

$$u_{31}^m = -\frac{z_2 - z_3}{z_3}; \Delta\psi_3 = \psi_3 - u_{31}^m = \frac{z_2}{z_3}(\psi - \arctg(\cos \theta \cdot \tg \psi)). \quad (1)$$

În fig. 1 este reprezentată dependența erorii de schemă a poziției sculei  $\Delta\psi_3$  la o turație a axului principal al mașinii-unelte  $\psi$ . Această eroare se transmite sculei, iar ultima formează profilul dinților cu aceeași eroare. Pentru asigurarea continuității funcției de transfer și pentru îmbunătățirea performanțelor transmisiei precesionale în regim de multiplicare este necesară modificarea profilului dinților cu mărimea erorii de schemă  $\Delta\psi_3$  prin comunicarea sculei unei mișcări suplimentare. În acest caz, raportul de transmitere momentan al angrenajului fabricat va fi constant. În mecanica teoretică, de regulă, poziția corpului, care efectuează mișcare sfero-spațială, este descrisă de unghiurile lui Euler. Sistemul mobil de coordonate  $OX_1Y_1Z_1$  este legat rigid cu roata satelit, a cărei origine coincide cu



**Fig. 1.** Dependența erorii de schemă a poziției sculei  $\Delta\psi_3$  la o turație a axului principal al mașinii-unelte  $\psi$ .

centrul de precesie  $O$  (fig. 2) și efectuează împreună cu roata satelit mișcare sfero-spațială în raport cu sistemul imobil de coordonate  $OXYZ$ .

Elaborarea modelului matematic al profilului modificat al dinților se bazează integral pe modelul matematic al profilului dinților, elaborat anterior de autori. În acest scop, considerăm necesar de a prezenta descrierea detaliată a profilului dinților fără modificare a profilului cu prezentarea ulterioară doar a particularităților descrierii profilului modificat.

## 2. Descrierea profilului dinților proiectați pe sferă

Un punct arbitrar  $D$  al axei sculei descrie față de sistemul fix o traiectorie conform ecuațiilor (Indicele  $m$  înseamnă modificat):

$$\begin{aligned} X_D^m &= -\sin \epsilon \\ Y_D^m &= -Y_C^m \cot \frac{X}{X_I} \\ Z_D^m &= -Y_C^m \operatorname{ctg} \end{aligned} \quad (2)$$

Fig. 3. Suprafața generatoare a danturii.

Mișcarea punctului  $D^m$  în raport cu sistemul mobil legat rigid de semifabricat se descrie cu ajutorul formulelor:

$$\begin{aligned} X_{1D}^m &= X_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1} - Y_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1}; \\ Y_{1D}^m &= X_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1} + Y_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1}; \\ Z_{1D}^m &= Z_D^m. \end{aligned} \quad (3)$$

Proiecțiile vitezelor punctului  $D^m$  se exprimă prin formulele:

$$\begin{aligned} \dot{X}_D^m &= -\sin \delta \cos \psi \left[ \dot{Y}_C^m \sin \theta + Z_C^m (1 - \cos \theta) \cos \psi \right] \dot{\psi} - \\ &- \sin \delta \sin \psi \left[ \dot{Y}_C^m \sin \theta + \dot{Z}_C^m (1 - \cos \theta) \cos \psi - Z_C^m (1 - \cos \theta) \sin \psi \cdot \dot{\psi} \right]; \\ \dot{Y}_D^m &= -\dot{Y}_C^m \cos \delta + \dot{Z}_C^m \sin \delta \left[ \cos^2 \psi + \cos \theta \sin^2 \psi \right] + \\ &+ Z_C^m \sin \delta \left[ -2 \cos \psi \sin \psi + 2 \cos \theta \sin \psi \cos \psi \right] \dot{\psi}; \\ \dot{X}_{1D}^m &= \dot{X}_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1} - \frac{\dot{\psi}}{Z_1} X_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1} - \dot{Y}_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1} - \frac{\dot{\psi}}{Z_1} Y_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1}; \\ \dot{Y}_{1D}^m &= \dot{X}_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1} + \frac{\dot{\psi}}{Z_1} X_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1} + \dot{Y}_D^m \cos \frac{\psi}{Z_1} - \frac{\dot{\psi}}{Z_1} Y_D^m \sin \frac{\psi}{Z_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Coordonatele punctului  $E^m$  pe sferă se calculează după formulele:

$$\begin{aligned} X_{1E}^m &= k_2^m Z_{1E}^m + d_2^m; \\ Y_{1E}^m &= k_1^m Z_{1E}^m - d_1^m; \\ Z_{1E}^m &= \frac{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m) - \sqrt{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m)^2 + (k_1^{m2} + k_2^{m2} + 1) \cdot (R_D^2 - d_1^{m2} - d_2^{m2})}}{k_1^{m2} + k_2^{m2} + 1}, \end{aligned} \quad (5)$$

unde:

$$\begin{aligned} k_1^m &= \frac{X_{1D}^m \left( X_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m + Y_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m \right) + Z_{1D}^{m2} \dot{X}_{1D}^m}{Z_{1D}^m \left( X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - Y_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m \right)}; \quad k_2^m = -\frac{(k_1^m Y_{1D}^m + Z_{1D}^m)}{X_{1D}^m}; \\ d_1^m &= \frac{R_D^2 \cos \beta \dot{X}_{1D}^m}{\left( X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m \right)}; \quad d_2^m = \frac{(R_D^2 \cos \beta + d_1^m Y_{1D}^m)}{X_{1D}^m}. \end{aligned}$$

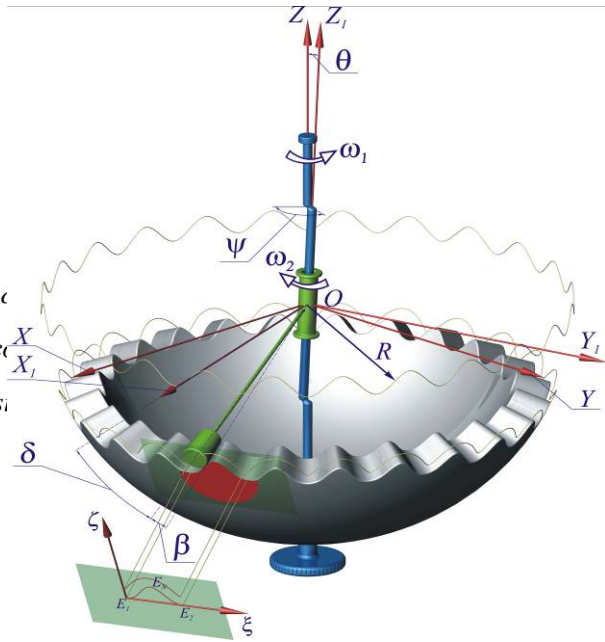


Fig. 2. Profilul dintelui în secțiune normală.

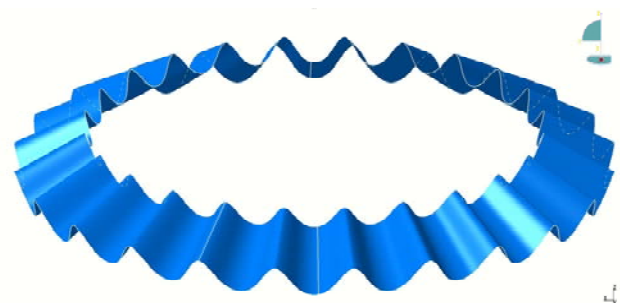


Fig. 3. Suprafața generatoare a danturii.

În baza relațiilor analitice obținute, a fost elaborat un program de calcul și de generare a danturii în sistemul de modelare *CATIA V5R7*, care a permis obținerea pe sferă a traiectoriilor modificate ale punctelor  $E_e^m$  și  $E_i^m$  de pe suprafețele frontale sferice, respectiv exterioară și interioară, prin care a fost generată suprafața danturii (fig. 3).

Descrierea profilului dinților modificați proiectați pe un plan transversal. Proiecția punctului  $E^m$  pe planul transversal dintelui are coordonatele:

$$X_E^{''m} = \varepsilon^m \cdot X_{1E}^m, \quad Y_E^{''m} = \varepsilon^m \cdot Y_{1E}^m, \quad Z_E^{''m} = \varepsilon^m \cdot Z_{1E}^m, \quad (6)$$

unde: 
$$\varepsilon^m = -\frac{D}{AX_{1E}^m + BY_{1E}^m + CZ_{1E}^m}.$$

Profilul modificat al dintelui în plan este descris de ecuațiile:

$$\begin{aligned} \xi^m &= X_E^{''m} \cos \frac{\pi}{Z_1} + [R_D \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_E^{''m}] \sin \frac{\pi}{Z_1}; \\ \zeta^m &= X_E^{''m} \sin \gamma \sin \frac{\pi}{Z_1} - [R_D \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_E^{''m}] \sin \gamma \cos \frac{\pi}{Z_1} + \\ &+ [R_D \sin(\delta + \theta + \beta) + Z_E^{''m}] \cos \gamma. \end{aligned} \quad (7)$$

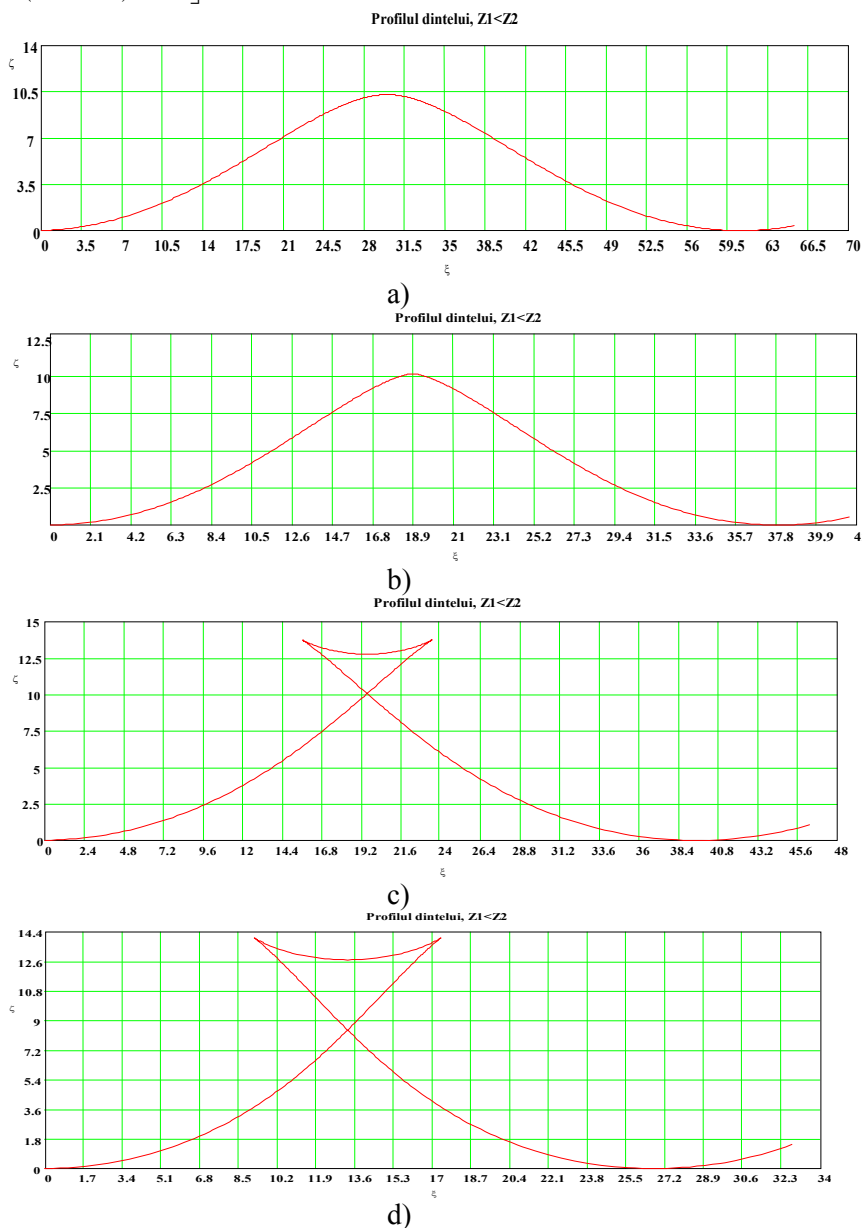


Fig. 4. Profiluri ale dinților, destinate pentru multiplicatoare.

### 3.Determinarea prin modelare matematică a profilului nemodificat al dinților roții dințate din transmisia precesională a multiplicatoarelor, pentru diferiți parametri

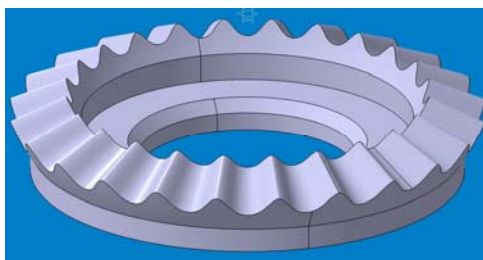
În pachetul de modelare matematică *MathCAD 14a* fost generată o gamă largă de profiluri modificate ale dinților cu diverși parametri geometrici (fig. 4 a, b, c, d).

Astfel pentru cazul când avem:

- ✓ raza sferică exterioară a profilului dintelui  $R_D=145$  mm,  $R_C=145$  mm; numărul de dinți a roții dințate  $Z_1=15$ , numărul de role a satelitelui  $Z_2=16$ ; unghiul axoidului conic  $\delta=0^\circ$ ; unghiul de nutație  $\theta=2,0^\circ$ ; unghiul conicității rolei  $\beta=4,0^\circ$  se obține profilul dinților prezentat în fig. 4 a.
- ✓ raza sferică exterioară a profilului dintelui  $R_D=145$  mm,  $R_C=145$  mm; numărul de dinți a roții dințate  $Z_1=24$ , numărul de role a satelitelui  $Z_2=25$ ; unghiul axoidului conic  $\delta=0^\circ$ ; unghiul de nutație  $\theta=2,0^\circ$ ; unghiul conicității rolei  $\beta=2,5^\circ$  se obține profilul dinților prezentat în fig. 4 b.
- ✓ raza sferică exterioară a profilului dintelui  $R_D=145$  mm,  $R_C=145$  mm; numărul de dinți a roții dințate  $Z_1=23$ , numărul de role a satelitelui  $Z_2=24$ ; unghiul axoidului conic  $\delta=0^\circ$ ; unghiul de nutație  $\theta=2,5^\circ$ ; unghiul conicității rolei  $\beta=6,0^\circ$  se obține profilul dinților prezentat în fig. 4 c.
- ✓ raza sferică exterioară a profilului dintelui  $R_D=145$  mm,  $R_C=145$  mm; numărul de dinți a roții dințate  $Z_1=34$ , numărul de role a satelitelui  $Z_2=35$ ; unghiul axoidului conic  $\delta=0^\circ$ ; unghiul de nutație  $\theta=2,5^\circ$ ; unghiul conicității rolei  $\beta=4,0^\circ$  se obține profilul dinților prezentat în fig. 4 d.

În baza cercetărilor efectuate s-a stabilit că, din punctul de vedere al minimizării pierderilor energetice în angrenaj, la funcționare în regim de multiplicare, unghiul de angrenare trebuie să fie  $\alpha > 45^\circ$ , iar unghiul de nutație (de înclinare a arborelui–manivelă) –  $\theta \leq 2,5^\circ$ . Acest lucru este dictat de principiul invers de formare a mișcării în multiplicatoare comparativ cu reductoare: componenta axială a forței normale în angrenaj trebuie să fie maximă pentru a antrena prin intermediul roții satelit arborele–manivelă în mișcarea de rotație.

În fig. 5 se prezintă modelul solid al unei roți dințate.



**Fig.5.** Modelul computerizat al roții dințate centrale.

#### Bibliografie:

1. Bostan I., Dulgheru V., Sobor I., Bostan V., Sochirean A. *Sisteme de conversie a energiilor regenerabile*. Univ.Tehn. a Moldovei.- Ch.: Ed. „Tehnica-Info” SRL, (Tipografia BONS Offices). 2007.- 592 p. ISBN 978-9975-63-076-4.
2. Bostan I. *Precessionnye peredaci s mnogoparnym zacepleniem*. Ed. Știința, Chișinău, 1991.
3. Bostan I., Dulgheru V., Ciobanu R., Ciobanu O. Brevet nr 3153. *Multiplicator planetar precesional*. Publ. BOPI 2006, nr. 9.
4. Bostan I., Dulgheru V., Ciupercă R., Ciobanu R. *Multiplicator precesional (variante)*; NB 2 de scurtă durată (MD), BOPI nr. 1 2009.