DESPRE UNELE LATICE GENERATE DE LOGICI IMPLICAȚIONALE

Ion NEGRU

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *În lucrare se prezintă diagramele a nouă latici finite. Pentru fiecare dintre aceste latici s-au construit logici implicaționale concrete care generează laticea dată.*

Cuvinte cheie: *Latice, logică implicațională, regula de deducere Modus Ponens.*

În lucrarea [1] „Despre o varietate laticeală” s-a introdus în studiu o anumită identitate laticeală. S-au construit exemple concrete de latici finite pe care identitatea respectivă este adevărată şi exemple de latici pe care identitatea se respinge.

Diagramele acestor latici sunt următoarele:

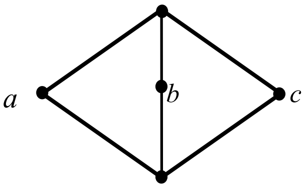

Fig. 1

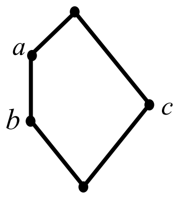

Fig. 2

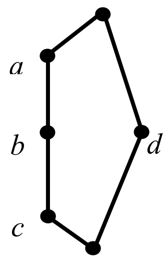

Fig. 3

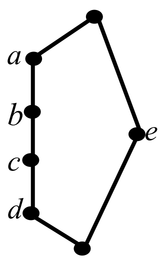

Fig. 4

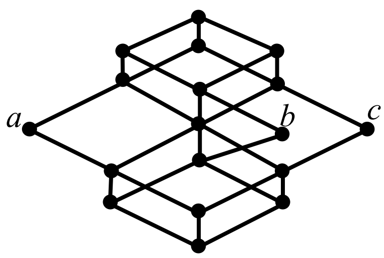

Fig. 5

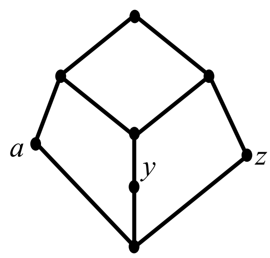

Fig. 6

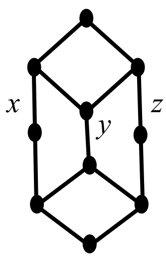

Fig. 7

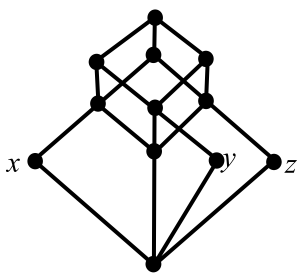

Fig. 8

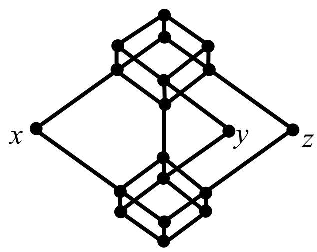

Fig. 9

Dacă în anumit studiu apare careva latice, de exemplu laticele din Fig. 1-9, e naturală întrebarea: există oare anumite elemente matematice care generează laticea dată?

Mai jos vom arăta existența unor logici propoziționale ce generează laticele din Fig. 1-9. Amintim că mulțimea logicelor în raport cu operațiile $\cup$ şi $\cap$ formează latice. Menționăm că operația $\cup$ este reuniunea obişnuită, dar închisă în raport cu regula de deducere Modus Ponens (MP): dacă logicii date îi aparțin formulele F_1 şi $(F_1 \supset F_2)$, atunci acestei logici îi aparține şi formula F_2. Mai menționăm: dacă logicii date îi aparțin formulele F şi $(F \supset p)$, unde p este variabilă, atunci această logică se numeşte absolut contradictorie şi ea are rolul de cel mai mare element în laticea logicilor respective.

Considerăm următoarele formule implicaționale cu o singură variabilă:

$$A = ((p \supset p) \supset p),$$
$$B = ((A \supset p) \supset p),$$
$$C = ((B \supset p) \supset p),$$
$$D = ((C \supset p) \supset p),$$
$$E = ((D \supset p) \supset p).$$

Vom observa: pentru orice două formule din această consecutivitate regula MP nu se poate aplica; scrierea $a = \langle A, B \rangle$, de exemplu, înseamnă că logica *a* este generată de formulele *A* şi *B*.

Afirmație. Logicele care generează laticele din Fig. 1-9 sunt respectiv următoarele:

$$Fig.1: a = \langle A, (B \supset p) \rangle,\ b = \langle B, (C \supset p) \rangle, c = \langle C, (A \supset p) \rangle$$
$$Fig.2: a = \langle A, (C \supset p) \rangle,\ b = \langle (C \supset p) \rangle, c = \langle C \rangle$$
$$Fig.3: a = \langle A, B, (C \supset p) \rangle,\ b = \langle A, (C \supset p) \rangle, c = \langle (C \supset p) \rangle, d = \langle C \rangle$$
$$Fig.4: a = \langle A, B, C, (D \supset p) \rangle,\ b = \langle A, B, (D \supset p) \rangle, c = \langle A, (D \supset p) \rangle, d = \langle (D \supset p) \rangle, e = \langle D \rangle$$
$$Fig.5: a = \langle A, B, (C \supset A), (C \supset B) \rangle,\ b = \langle A, C, (B \supset A), (B \supset C) \rangle, c = \langle B, C, (A \supset B), (A \supset C) \rangle$$
$$Fig.6: x = \langle A \rangle, y = \langle (A \supset D), (C \supset D) \rangle, z = \langle C, (A \supset p) \rangle$$
$$Fig.7: x = \langle A, B \rangle, y = \langle B, D, (A \supset E), (C \supset E) \rangle, z = \langle B, D, (A \supset p) \rangle$$
$$Fig.8: x = \langle A, (B \supset D) \rangle, y = \langle B, (C \supset D) \rangle, z = \langle C, (A \supset D) \rangle$$
$$Fig.9: x = \langle A, (B \supset D) \rangle, \langle C \supset D \rangle, y = \langle B, (A \supset D), (C \supset D) \rangle, z = \langle C, (A \supset D), (B \supset D) \rangle$$

Bibliografie

1. Negru I. *„Despre o varietate laticeală”*. În culegerea prezentă dedicată jubileului 50 ani ai UTM.