OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENŢĂ PENTRU CASELE DE LOCUIT INDIVIDUALE

Autori: conf. univ,. dr. Iurie DOHMILĂ
asist. univ. Constantin CEMURTAN

Universitatea Tehnică a Moldovei

Rezumat: *În urma studiilor realizate, precum şi a analizei literaturii de specialitate s-a ajuns la concluzia că indicatorul de performanţă a structurii de rezistenţă reprezintă o caracteristică hotărâtoare a structurii de rezistenţă care determină calitatea şi performanţele soluţiei constructive.*

S-a pus problema optimizării structurii de rezistenţă pentru casele de locuit individuale cu puţine nivele, funcţia obiectiv – criteriul de optimizare – s-a stabilit indicatorul de performanţă a structurii de rezistenţă exprimat prin indicele de cost.

Cuvinte cheie: *optimizare, performanţă, structuri de rezistenţă, individuale, coeficienţii regresiei.*

În cadrul experimentului preliminar s-a urmărit influenţa a mai multor factori asupra criteriului de optimizare:

- durata de serviciu (*normată*);
- durata de viaţă;
- fiabilitate;
- uzură fizică;
- uzură morală;
- rezistenţă la foc;
- etanşeitate;
- costul investiţiei făcute de beneficiar;
- costul de întreţinere şi reparaţii;
- siguranţă la utilizare;

Prin metoda corelaţie de rang s-au ales următorii factori cu punctaj maxim, care caracterizează în mod complet criteriile de optimizare:

- x_1 – durata de serviciu (*normată*);
- x_2 – valoarea investiţiei făcută de beneficiar.

Metoda activă de elaborare a modelelor matematice empirice implică obţinerea datelor experimentale în urma efectuării unor experimente dirijate.

În cadrul metodelor active datele experimentale reprezintă valorile mărimilor de ieşire pentru anumite combinaţii ale mărimilor de intrare. În cadrul domeniului de definiţie pentru variabilele independente pentru fiecare factor se stabileşte un nivel de bază (*nivelul 0*), $\mathbf{z_{i0}}$, precum şi un pas de variaţie Δ_{zi}. Pasul de variaţie reprezintă acea valoare a factorului considerat care, adăugată sau scăzută la nivelul zero determină nivelul superior, respectiv inferior (z_i^s, z_i^i).

Nivelul zero poate fi considerat şi valoarea medie a intervalul de variaţie a variabilei independente.

Codificarea factorilor exprimă trecerea de la un sistem de coordonate, în unităţi naturale, la un sistem în cadrul căruia fiecare punct din spaţiul factorial, ce reprezintă condiţiile ”codificate” de realizare a experimentului are coordonatele (± 1, ± 1).

Cele mai des întâlnite modele pentru corelarea unor date experimentale sunt modelele neliniare de forma unui polinom de gradul doi.

Înainte de a începe experimentarea se stabilesc nivelurile factorilor în formă naturală iar apoi se calculează coordonatele naturale ale centrului programului (nivelul zero) şi intervalele de variaţie cu ajutorul relaţiilor:

$$z_i^0 = \frac{z_i^s + z_i^i}{2};\ \Delta_{zi} = \frac{z_i^s - z_i^0}{\alpha}. \tag{1}$$

Valorile naturale ale factorilor în punctele +1 şi –1 se determină cu relaţia $z_i^0 \pm \Delta z_i$. (2)

În cadrul cercetărilor se doreşte ca în toate direcţiile ale spaţiului n – dimensional informaţiile să fie aceleaşi. Această condiţie este satisfăcută în cadrul programului central compus rotabil de ordinul doi. Prin rotabilitate, modelul matematic obţinut în urma prelucrării statistice a experimentului factorial permite determinarea răspunsului la distanţe egale de centrul experimentului cu aceeaşi precizie indiferent de direcţie.

Pentru un model cu două variabile independente programul central compus rotabil cuprinde trei secţiuni:

- patru puncte experimentale ale programului factorial

(-1,-1); (1,-1); (-1,1); (1,1);

- patru puncte experimentale ale programului compus,

α = 1.414 (-1.414;0); (1.414, 0); (0, -1.414); (0, 1.414);

- cinci puncte centrale pentru a estima y cu precizie egală în interiorul cercului cu raza 1.

Aceste trei secţiuni reprezintă experienţele în matricea de experimentare.

Efectuarea experienţelor duce la obţinerea de informaţii asupra variabilei dependente y, în situaţii diferite rezultate din combinarea diverselor nivele codificate ale variabilelor independente.

Programul central compus rotabil pentru două variabile independente are următoarea expresie matematică:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_1x_2 \quad (3)$$

unde b_0, b_1, b_2, b_{11}, b_{22}, b_{12} sunt **coeficienţii regresiei** calculaţi printr-o metodă de programare central compoziţional rotabilă, x_1 şi x_2 sunt **variabile independente** codificate, iar y – **variabila dependentă**.

Statistica matematică conţine relaţii specifice pentru calculul coeficienţilor ecuaţiei în condiţiile asigurării unei abateri minime faţă de valoarea medie înregistrată. Pentru două variabile independente coeficienţii ecuaţiei de mai sus pot fi calculaţi cu relaţiile:

$$b_0 = 0.2\sum y_i - 0.1(\sum x_{1i}^2 y_i + \sum x_{2i}^2 y_i)\,; \quad (4)$$

$$b_1 = 0.125\sum x_{1i} y_i\,; \quad (5)$$

$$b_2 = 0.125\sum x_{2i} y_i\,; \quad (6)$$

$$b_{11} = 0.125\sum x_{1i}^2 y_i + 0.01875\ (\sum x_{1i}^2 y_i + \sum x_{2i}^2 y_i) - 0.1\sum y_i\,; \quad (7)$$

$$b_{22} = 0.125\sum x_{2i}^2 y_i + 0.01875(\sum x_{1i}^2 y_i + \sum x_{2i}^2 y_i) - 0.1\sum y_i; \quad (8)$$

$$b_{12} = 0.125\sum x_{1i} x_{2i} y_i\,; \quad (9)$$

În relaţiile de mai sus suma se calculează pentru i = 1…13, iar constantele pentru calcul sunt indicate din literatura de specialitate.

Verificarea semnificaţiei coeficienţilor este importantă pentru un model matematic, deoarece poate confirma sau infirma modelul creat.

Se foloseşte **testul Student** care compară media unei variabile aleatoare cu abaterea standard medie. Pentru zona de centru a programului, în care toate variabilele independente au valoare de cod zero, se calculează dispersia s_0^2.

$$s^2{}_0 = \sqrt{\frac{\sum (y_{i0} - \overline{y_0})^2}{n_0 - 1}} \quad (10)$$

unde y_{i0} – valorile variabilei dependente în centrul regiunii de experimentare;

$\overline{y_0}$ - media valorilor din centrul regiunii experimentale;

n_0 – numărul experienţelor centrale.

Calculul dispersiei coeficienţilor de regresie (s_{bi}^2) se face cu relaţia generală:

$$s_{bi}^2 = \frac{s_0^2}{\sum_{u=1}^{n_0} x^2{}_{iu}} \quad (11)$$

Calculul intervalului de încredere al coeficienţilor, $|\Delta b_i|$ se face cu relaţia $|\Delta b_i|$ = $t_{\alpha;n}$ x s_{bi}, în care $t_{\alpha;n}$ – criteriul Student pentru pragul de semnificaţie α şi numărul n de grade de libertate, s_{bi} – abaterea medie pătratică a coeficientului de regresie.

Verificarea semnificaţiei coeficienţilor de regresie se face prin condiţia ca valoarea absolută a coeficienţilor b_i să fie superioară intervalului de încredere $|b_i| \geq |\Delta b_i|$. Dacă relaţia de mai sus nu este îndeplinită, valoarea calculată a coeficientului de regresie nu este statistic diferită de zero, deci termenul care cuprinde factorul sau interacţiunea se neglijează.

În ultima etapă privind modelarea matematică se realizează verificarea concordanţei modelului. Obiectivul acestei verificări îl constituie determinarea posibilităţii de utilizare a modelului pentru studiul optimizării sau dacă este nevoe de un alt tip de model matematic. Ipoteza despre concordanţa modelului se verifică cu ajutorul testului Fischer, a cărei valoare calculată se determină cu relaţia:

$$F_c = \frac{s_{conc}^2}{s_0^2}, \tag{12}$$

unde: s_{conc}^2 - dispersia de concordanţă

S_0^2 - dispersia reproductibilităţii rezultatelor.

Modelul matematic este adecvat atunci când este îndeplinită relaţia:

$$F_c \angle F_{\alpha,\nu_1,\nu_2} \tag{13}$$

În continuare se studiază corelaţiile optime între durata de serviciu şi costul investiţiei făcute de beneficiar şi indicatorul de performanţă a structurii de rezistenţă exprimat prin indicele de cost.

Cercetările s-au efectuat conform unui program de ordinul doi, central compus rotabil cu două variabile independente:

- x_1 – durata de serviciu, D_n, ani, cu domeniul de definire 25 …150 ani;
- x_2 – costul investiţiei făcute de beneficiar, C_{in}, lei/m^{2}Ad, cu domeniul de definire 662751 … 1248597 lei/m^{2}Ad.

Limitele de variaţie şi codificarea factorilor sunt prevăzute în tabelul de mai jos.

Tabelul 1 Valori reale şi codificate ale factorilor

Valoare codificată / Valoare reală	-1.414	-1	0	+1	+1.414
X_1	25	43.3	87.5	131.7	150
X_2	662751	748514.8	955674	1162833.12	1248597

S-a considerat ca funcţie de răspuns (funcţie scop) indicatorul de performanţă a structurii de rezistenţă, exprimat prin indicele de cost, I_{ps}, lei/(m^{2}Ad x ani).

Programul experimental şi rezultatele obţinute sunt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2 Matrice de experimentare

Nr. Crt.	Valori codificate		Valori reale		Funcţia scop I_{ps}, (lei/m^{2}Ad x ani)
	X_1	X_2	D_n, ani	C_{in}, lei/m^{2}Ad	
1	-1	-1	43.3	748514.88	17286.72
2	+1	-1	131.7	748514.88	5683.48
3	-1	+1	43.3	1162833.12	26855.27
4	+1	+1	131.7	1162833.12	8829.41
5	-1.414	0	25	955674	38226.86
6	+1.414	0	150	955674	6371.16
7	0	-1.414	87.5	662751	7574.3
8	0	+1.414	87.5	1248597	14269.68
9	0	0	87.5	955674	10921.97
10	0	0	87.5	955674	10807.5
11	0	0	87.5	955674	10904.25
12	0	0	87.5	955674	10987.62
13	0	0	87.5	955674	10834.27

Datele obţinute au fost prelucrate statistic cu ajutorul unui pachet de programe specializate.

Ecuaţia generală propusă pentru funcţia de răspuns este un polinom de gradul doi cu două necunoscute de forma:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_1x_2 \quad (14)$$

unde b_0, b_1, b_2, b_{11}, b_{22}, b_{12} sunt coeficienţii regresiei calculaţi printr-o metodă de programare central compoziţional rotabilă, x_1 şi x_2 sunt variabile independente codificate, iar y – variabila dependentă.

Stabilirea coeficienţilor de regresie s-a făcut prin metoda regresiei multiple, semnificaţia lor fiind testată cu ajutorul testului Student, repartiţia t, eliminându-se cei nesemnificativi.

Valoarea tabelată pentru test este 2.18 ce corespunde unei probabilităţi de 95%, adică un nivel de semnificaţie $\alpha = 0.05$ şi $\nu = 13$ grade de libertate. Se consideră un coeficient ca fiind semnificativ, dacă relaţia $|t_c| \geq t_{Tab}$ este îndeplinită.

Ecuaţia de regresie este:

$$y = 10895.135 – 9334.132x_1 +2772.718x_2 +5213.129x_1^2 – 473.663x_2^2 – 1065.655x_1x_2 \quad (15)$$

Coeficienţii ecuaţiei:

$b_0 = 10895.135$

$b_1 = -9334.132$

$b_2 = 2772.718$

$b_{11} =5213.129$

$b_{22} = -473.663$

$b_{12} = -1605.655$

<u>Test parametri ecuaţie regresie</u>

Valoarea tabelata pentru test este: 2.18

Valorile testului Student:

$Tb_0 = 338.982$ - b_0 semnificativ

$Tb_1 = -367.348$ - b_1 semnificativ

$Tb_2 = 109.121$ - b_2 semnificativ

$Tb_{11} = 191.284$ - b_{11} semnificativ

$Tb_{22} = -17.380$ - b_{22} semnificativ

$Tb_{12} = -44.683$ - b_{12} semnificativ

Se observă semnificaţia fiecărui coeficient, comparându-se cu valoarea tabelată şi sesizând influenţa efectivă a acestora asupra variabilei dependente y. Modelul matematic este:

$$y = 10895.135 – 9334.132x_1 +2772.718x_2 +5213.129x_1^2 – 473.663x_2^2 – 1065.655x_1x_2 \quad (16)$$

Coeficienţii ecuaţiei:

$b_0 = 10895.135$

$b_1 = -9334.132$

$b_2 = 2772.718$

$b_{11} = 5213.129$

$b_{22} = -473.663$

$b_{12} = -1605.655$

Verificarea concordanţei modelului s-a făcut cu testul Fischer – Snedecor faţă de coeficienţii de corelaţie multiplă obţinuţi şi folosind valoarea tabelată a coeficientului $F_{Tab} = 6.1$ ce corespunde unei probabilităţi de 95% (nivel de semnificaţie $\alpha = 0.05$) şi gradelor de libertate $\nu_2 = 4$ şi $\nu_1 = 7$.

Valorile obţinute calculate F_c îndeplinesc condiţia $F_c \leq F_{Tab}$, deci modelul poate fi considerat adecvat şi confirmat.

Coeficientul de corelaţie obţinut are valoarea de 0.9806, ceea ce indică influenţa importantă a variabilelor independente asupra variabilei dependente.

Tabelul 3

Nr. Exp	$Y_{măs}$	Y_{calc}	$(Y - Y_{calc})^2$	$(Y - Y_{med})^2$	A
1	17286.7200	20590.3609	10914043.1962	12075555.5001	19.1109
2	5683.4800	5133.4059	302581.5155	66068448.0625	9.6785
3	26855.2700	29347.1077	6209255.1231	170133935.7316	9.2788
4	8829.4100	7467.5328	1854709.5079	24823512.5824	15.4243
5	38226.8600	34516.7085	13765224.3461	596098572.9169	9.7056
6	6371.1600	8119.7818	3057678.3207	55362081.9249	27.4459
7	7574.3000	6027.4720	2392676.8679	38905533.0049	20.4221
8	14269.6800	13868.7197	160769.1818	209718.2025	2.8099
9	10921.9700	10895.1351	720.1119	8350712.8576	0.2457
10	10807.5000	10895.1351	7679.9108	9025397.8929	0.8109
11	10904.2500	10895.1351	83.0814	8453439.9504	0.0836
12	10987.6200	10895.1351	8553.4567	7975597.2921	0.8417
13	10834.2700	10895.1351	3704.5604	8865268.0516	0.5618
Total	179552.4900	179546.7648			
Medie	13811.7300	13811.2896			

Coeficient de corelaţie: ***0.9806***

Din analiza modelului matematic se desprind următoarele aspecte semnificative:

- studiul ecuaţiei de regresie sugerează faptul că indicatorul de performanţă a structurii de rezistenţă depinde de fiecare parametru independent: durată de serviciu **(x_1)** şi costul investiţiei făcute de beneficiar **(x_2),** precum şi de interacţiunea dintre acestea. Variabila dependentă care este indicatorul de performanţă exprimat prin indicele de cost scade odată cu creşterea duratei de serviciu şi creşte odată cu creşterea costului investiţiilor făcute de beneficiar, influenţa parametrului $\mathbf{x_1}$ fiind mai accentuată;
- modelul conţine de asemenea ambele forme pătratice, dar cu semne diferite ceea ce indică influenţe opuse asupra funcţiei de răspuns; influenţa coeficientului parametrului $\mathbf{x_1}$ este mai mare decât a coeficientului parametrului $\mathbf{x_2}$;
- coeficientul $\mathbf{b_{12}}$ exprimă efectul de interacţiune a celor doi factori de influenţă modelul analizat; aceştia sunt corelaţi şi acţionează în sensul micşorării indicelui de cost;
- suprafaţa de răspuns este de tip minimax - paraboloid hiperbolic, suprafaţă şa alungită - coeficienţii ecuaţiei canonice având semne diferite, centrul figurii aflându-se în apropierea centrului experimentului, punctul critic este un punct şa.

$x_1 = 1.067$, $x_2 = 1.118$ – valori codificate; $y = 7664{,}959$

$x_1 = 135$ ani, $x_2 = 1187278$ lei/m^{2}Ad – valori naturale.

- curbele de nivel constant sunt hiperbole alungite după axa care corespunde unei mărimi mai mici după valoarea absolută a coeficientului din ecuaţia canonică; în acest caz valoarea criteriului de optimizare creşte la deplasarea din centrul figurii (*punct şa*) pe una din axe şi se micşorează la deplasarea pe altă axă; direcţia de mişcare fiind dependentă de scopul ales – maximum sau minimum.

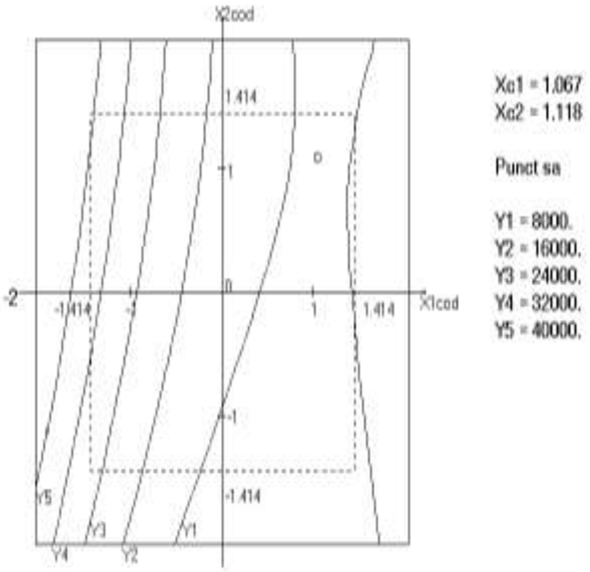

Figura 1

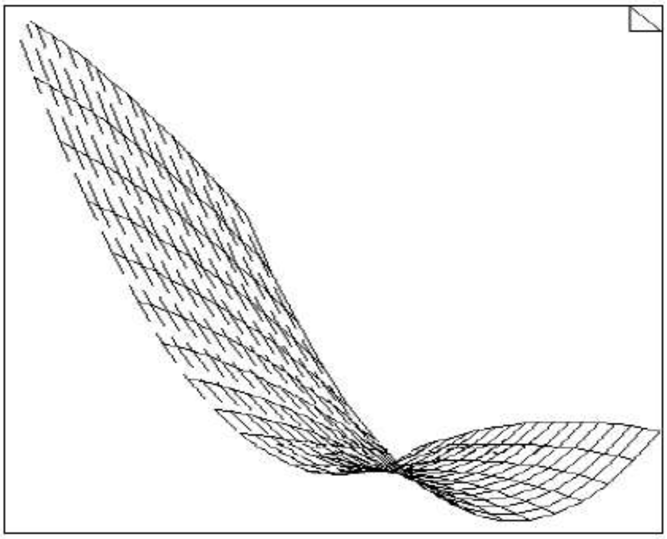

Figura 2 *Grafic 3D pentru funcţia y = f(x$_1$, x$_2$), X$_1$ variază între [-2;2], X$_2$ variază între [-2;2]*

Bibliografie

1. **Iu. Dohmilă** Teză de doctorat *„Tehnologii performante pentru realizarea clădirilor de locuit individuale în Republica Moldova”*, România, Iaşi – 2001.
2. *Concepţia politice naţionale locative*; Chişinău 1994.

A. Cristian - *Locuţiune – juridic, legal, urbanistic – norme, prescripţii, măsurători – Probleme practice*.

3. **I. Opriş** – *„Modele de analiză şi prognoză a costurilor”*, - Editura Dacia, Cluj ,1990.
4. **D. Teodorescu** – *„Modele stohastice optimizate”* – Editura Academiei, Bucureşti, 1980.
5. **Krajewki, Ritzman** – *„Operations management strategy and analysis”*, – Addison – Wesley Publishing Company, 1990.
6. ***N. Ciobanu, Iu. Dohmilă, Gr. Vascan.*** **Model de optimizare a structurilor de rezistenţă pentru casele de locuit individuale.**
7. ***N. Ciobanu, Iu. Dohmilă, Gr. Vascan.*** **Optimizing model of resistance structures of individual buildings.**