Omogenitatea – proprietate de bază a circuitelor digitale testabile

Ion COJOCARU, Luca ŞERBANAŢI, Bujor PĂVĂLOIU, Alexandru Radovici, Andrei Vasiloţeanu

The University "Politehnica" Bucharest,
Spl. Independenţei 313, RO 077206, Facultatea de inginerie cu predare în limbi străine, Bucureşti
i_coj@yahoo.fr

***Abstract – S*olving the problem of Design for Testability (DFT) supposes not just studying the modern promising ways, but deep studying of the different traditional aspects connected to synthesis of easy testable digital circuits (DC). An important particular case, is represented by the maximum degenerate homogenous digital structures (MDHDS), that are a particular case of regular DC, proposed by Gremalschi [1]. MDHDS are equivalent to a logical gate with the same number of entrances and the set of verification tests for these gates is at the same time the set of diagnosis tests. Study of the possibility for obtaining MDHDS relieved the necessity for introduction and utilization of such concepts as monotonous ascending logical function (MALF) and monotonous descending logical function (MDLF). The paper presents some structural and analytical aspects for solving the above-mentioned problem.**

Index terms: monotonous function, unate structure, logical gate, test-equivalence

INTRODUCERE

În scopul obţinerii unor circuite digitale (CD) cu anumite calităţi au fost efectuate studii pentru a scoate în evidenţă aceste proprietăţi aşteptate pe care trebuie să le aibă funcţiile logice (FL) respective. Astfel au fost elaborate metode de proiectare a CD în baza FL simetrice, liniare, duale, complementare, monotone, omogene. FL monotone constituie baza procedeului de sinteză a CD omogene. A fost demonstrat, că o anumită clasă de CD omogene sunt funcţional echivalente porţilor logice (PL) respective, importante prin faptul că testele de verificare ale acestor PL coincid cu testele de diagnosticare, această proprietate fiind esenţială pentru soluţionarea PPT.

I. NOŢIUNI ŞI DEFINIŢII DE BAZĂ

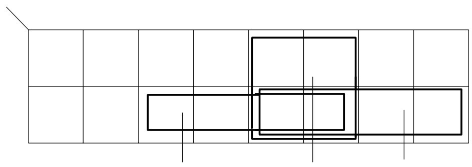
Noţiunile şi funcţiile de bază se vor referi, pe de o parte, la FL, în special, monotone, iar pe de altă parte, la structurile logice omogene, care pot fi sintetizate în baza FL monotone. Totodată vor fi necesare şi definiţiile principale legate de PL.

I.1. Funcţii logice monotone

Funcţia logică $f(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n)$ este o funcţie, care, la fel ca şi argumentele sale, primeşte doar valorile 0 sau 1. Variabila x_i în FL $f(x_1, ..., x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, ..., x_n)$ se numeşte *neesenţială* (*fictivă*), dacă pentru orice valori ale celorlalte variabile (fig. 1)

$$f(x_1,...,x_{i-1},0,x_{i+1},...,x_n)=f(x_1,...,x_{i-1},1,x_{i+1},...,x_n), \quad (1)$$

Deci, schimbarea valorii variabilei x_i în oricare vector (V) al valorilor $x_1, ..., x_n$ nu schimbă valoarea FL. Deoarece fiecare V reprezintă anumite numere binar-zecimale este important ca acestea să fie aranjate în ordine lexicografică (crescătoare). Între valorile V



$$f = ab \vee ac \vee bc$$

$x_1, ..., x_n$ există relaţii de ordonare parţială ≤ (sau ≥), care presupun că 0 ≤ 0, 0 ≤ 1, 1 ≤ 1 şi că pentru oricare doi V $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n)$ şi $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$ are loc relaţia $(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_i, ..., \sigma_n) \le (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_i, ..., \lambda_n)$, atunci şi numai atunci când $\sigma_i \le \lambda_i$ pentru fiecare din valorile $i = 1, 2, ..., n$ [2]. Nu toţi V pot fi comparaţi: definiţia dată nu permite să afirmăm că (010) ≤ (100) sau că (010) ≥ (100) [3, 4, 5].

FL $f(x_1, ..., x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, ..., x_n)$ este *monoton crescătoare*, dacă pentru oricare doi V binari de acelaşi rang σ şi λ din faptul că $\sigma_i \le \lambda_i$ urmează, că

$$f(\sigma) \le f(\lambda), \quad (2)$$

Tabela 1. Exemple de funcţii monotone şi ne monotone

x_1 x_2 x_3	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
0 0 0	0	0	0	0	1	1
0 0 1	1	1	0	1	1	0
0 1 0	1	1	0	1	1	0
0 1 1	0	0	0	1	1	0
1 0 0	1	1	0	1	1	0
1 0 1	1	0	0	1	1	0
1 1 0	0	0	0	1	1	0
1 1 1	0	1	1	1	0	0

FL $f(x_1,..., x_{i-1}, x_i, x_{i+1},..., x_n)$ este *monoton descrescătoare*, dacă pentru oricare doi V binari de acelaşi rang σ şi λ din faptul că $\sigma_i \leq \lambda_i$ urmează, că

$$f(\sigma) \geq f(\lambda), \tag{3}$$

Exemple de funcţii monotone şi ne monotone sunt date în tabela 1. FL f_1 nu este o FL monotonă de oare ce 001 < 011, iar $f_1(001) > f_1(011)$. În mod similar, FL f_2 (*Suma mod. 2*) nu este monotonă deoarece (001)< (011), iar $f_2(001) > f_2(011)$. Pe de altă parte, FL f_3 (ŞI) şi f_4 (SAU) sunt FL monoton crescătoare. Totodată, FL f_5 (ŞI-NU) şi f_6 (SAU-NU) sunt monoton descrescătoare.

1.2. Proprietăţile porţilor logice

Valorile logice (VL) ale semnalelor de intrare ale unei anumite PL determină în mod univoc VL ale semnalului ieşirii PL respective. De exemplu, VL 0 aplicată la o singură intrare a porţii ŞI (ŞI-NU) determină în mod univoc VL 0 (1) la ieşirea porţii. În mod similar, VL 1 aplicată la o singură intrare a porţii SAU (SAU-NU) determină în mod univoc VL 1 (0) la ieşirea porţii. Vom utiliza proprietăţile PL descrise în [6]

Lema 1. Mulţimea T_d de teste de detectare a erorilor unei porţi logice *ŞI (SAU)* şi derivatelor acestora conţine ($n+1$) teste, unde n reprezintă numărul de intrări.

Corolarul 1. Mulţimea de teste $T_d = (n+1)$ reprezintă un ansamblu minimal şi complet de teste de detectare şi de diagnosticare a erorilor unei porţi cu n intrări.

1.3. Circuite combinaţionale regulare

Noţiunea de CC regular (CCR) a fost introdusă de Gremalschi [1] în scopul elaborării ansamblurilor de teste minimale de diagnosticare a erorilor acestor CC. Un CC fără fan-outuri (FFO), elaborat în baza PL ŞI, SAU, NU, se numeşte *regular* dacă acesta nu conţine inversoare pe conexiunile interne şi cele de ieşire. În mod intuitiv este clar, că orice CC FFO poate fi modificat într-un CCR prin utilizarea repetată a regulilor De Morgan. Elementele cheie din [1] sunt lemele 1, 2, 3, 4 şi 5, care vor fi utilizate în scopul sintezei şi analizei CC omogene. PL care nu are inversoare la ieşire se numeşte regulară.

Lema 1. PL regulară NU-ŞI (NU-SAU) şi PL SAU-NU (ŞI-NU) corespunzătoare acesteia sunt test echivalente.

Lema 2. CC FFO ŞI (SAU) maxim degenerat şi PL ŞI (SAU) corespunzătoare acestuia sunt test echivalente.

Lema 3. Dacă în CC S partiţia S′ este înlocuită cu partiţia rest echivalentă C′, atunci CC obţinut C va fi test echivalent CC iniţial S.

Lema 4. CC FFO S şi CC regular C corespunzător acestuia sunt test echivalente.

Procedeul de *regularizare* a CC S va fi efectuat în 2 etape. *Regularizarea primară* constă în înlocuirea oricărei PL_i cu inversor la ieşire cu PL respectivă $PL_i^{'}$ cu inversor la intrări. Cea de a doua etapă constă în înlocuirea în CC, obţinut în urma regularizării primare, a fiecărei partiţii P_k maxim degenerată de tipul ŞI (SAU) cu PL respectivă test echivalentă G_k de tipul ŞI (SAU).

Lema 5. CC regular C, obţinut prin intermediul procedeului de regularizare a CC FFO iniţial S, este unic.

2. STUDIUL OMOGENITĂŢII CC FĂRĂ FAN-OUT

Funcţionalitatea unui CC FFO este determinată de modul de organizare şi paritatea semnalelor de intrare/ieşire, dar şi de interacţiunea specifică dintre PL de diverse tipuri sau de acelaşi tip.

2.1. CC propriu-zis omogene maxim degenerate

În cazul, când un CC FFO constă doar din PL de un

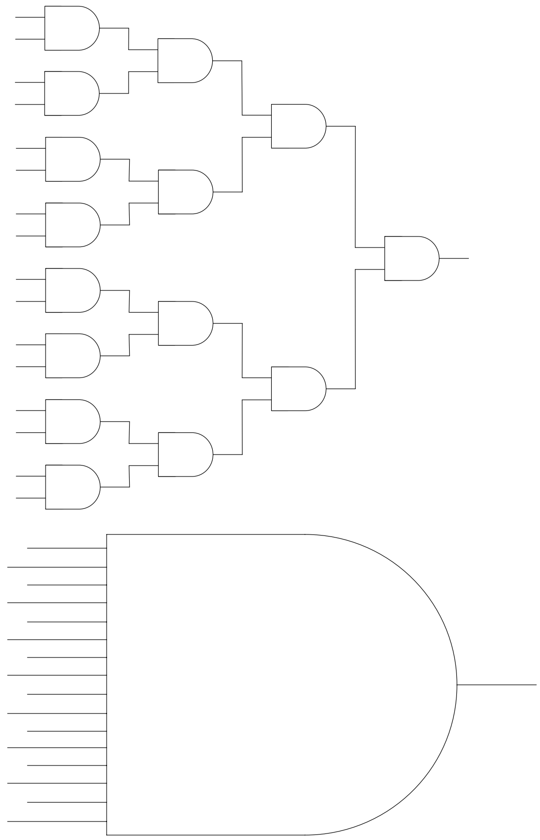


Fig. 2. CC omogen ŞI maxim degenerat (a) şi PL ŞI echivalentă (b)

singur tip, de exemplu ŞI (SAU), acesta reprezintă o structură digitală (SD) omogenă ŞI (SAU) maxim degenerată (fig. 2,a), echivalentă PL ŞI (fig. 2,b) cu acelaşi număr de intrări. Aceste SD realizează FL monoton crescătoare.

În cazul SD maxim degenerate pe PL SAU rezultatele sunt corespunzătoare: transformările succesive ale FL corespunzătoare confirmă acest fapt. Totodată SD similare celei din fig. 2,a, dar care constau doar din PL ŞI-NU ori doar din PL SAU-NU, nu sunt omogene.

2.2. CC omogene alternative pe PL ŞI-NU/SAU-NU

Structuri omogene degenerate pot fi obţinute şi în cazul utilizării CC cu numere pare de nivele logice alternative de PL ŞI-NU/SAU-NU (fig. 3,a). Într-adevăr, înlocuirea tuturor PL SAU-NU, din nivelele logice pare, cu PL echivalente NU-ŞI nu schimbă, conform principiului Shannon - De Morgan [2] , funcţionalitatea CC. Deoarece pe conexiunile de ieşire a PL din nivelele I şi III vor fi prezente câte 2 inversoare, acestea pot fi omise fără a influenţa în nici un fel funcţionalitatea CC. Ca urmare, obţinem un CC omogen maxim degenerat din porţi ŞI, echivalent PL respective ŞI cu acelaşi număr de intrări (fig. 3,b). Acelaşi rezultat poate fi uşor obţinut şi în mod analitic. Deşi aceste SD sunt realizate cu PL ŞI-NU/SAU-NU FL respectivă este monoton crescătoare: aceasta este una din interacţiunile funcţionale uimitoare ale PL ŞI-NU/SAU-NU, care conduc la o funcţionalitate de tip ŞI.

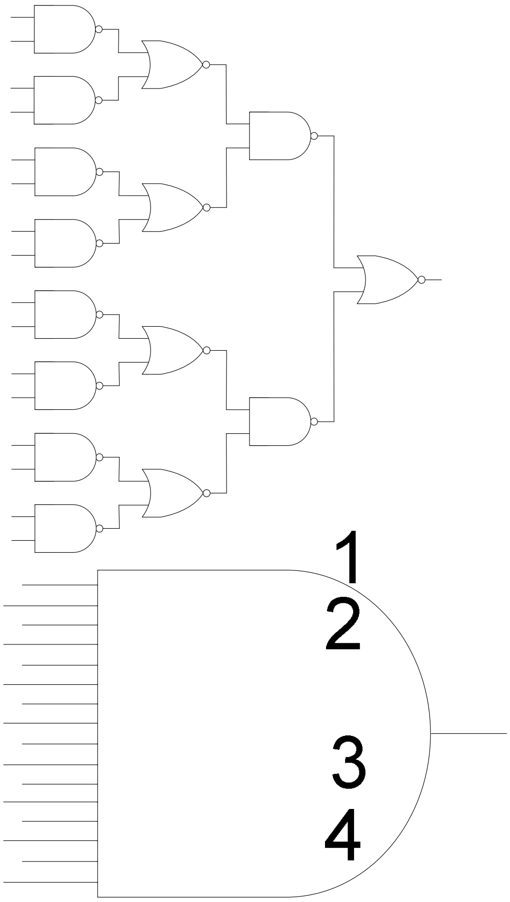


FIG. 3. CC cu PL alternative ŞI-NU/SAU-NU pe nivelele logice impare/pare (a) şi PL ŞI echivalentă (b)

2.3. CC omogene alternative pe PL SAU-NU/ŞI-NU

Structuri omogene degenerate pot fi obţinute şi în cazul utilizării CC cu nivele alternative de PL SAU-NU/ŞI-NU (fig. 4,a). Într-adevăr, înlocuirea tuturor PL ŞI-NU, din nivelele logice pare, cu PL echivalente NU-SAU nu schimbă, conform principiului Shannon - De Morgan [2], funcţionalitatea CC. Deoarece pe conexiunile de ieşire a PL din nivelele I şi III vor fi prezente câte 2 inversoare, acestea pot fi omise fără a influenţa în nici un fel funcţionalitatea CC. Ca urmare, obţinem un CC omogen maxim degenerat din porţi SAU, echivalent PL respective SAU cu acelaşi număr de intrări (fig. 4,b). Acelaşi rezultat poate fi uşor obţinut şi în mod analitic. Deşi aceste SD sunt realizate cu PL SAU-NU/ŞI-NU FL respectivă este monoton crescătoare: aceasta este iarăşi una din interacţiunile funcţionale uimitoare ale PL SAU-NU/ŞI-NU, care conduc la o funcţionalitate de tip SAU.

Este important de remarcat faptul, că CC omogene cu nivele alternative cu PL ŞI pe nivelele impare şi PL SAU pe nivelele pare nu conduc la obţinerea structurilor digitale omogene, aceasta fiind o urmare a interacţiunii PL şi cu PL SAU şi a obţinerii unui alt tip de funcţionalitate decât cea caracteristică unei structuri omogene.

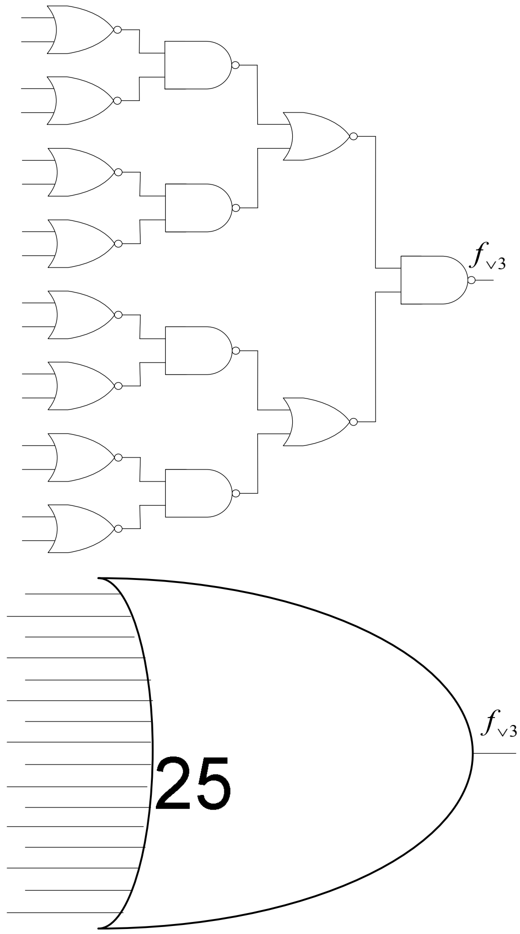
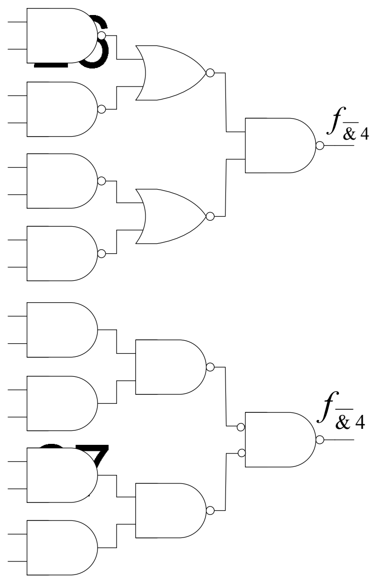


Fig. 4. CC cu PL alternative SAU-NU/ŞI-NU pe nivelele logice impare/pare (a) şi PL SAU echivalentă (b)

2.4. CC omogene pe PL ŞI-NU/SAU-NU cu număr impar de nivele logice

În acest caz interacţiunile funcţionale uimitoare ale PL ŞI-NU/SAU-NU (fig. 5,a) ale nivelelor impare/pare imediat



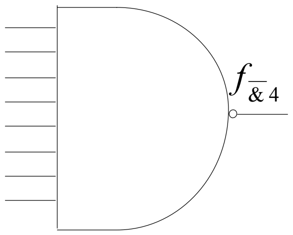


Fig. 5. CC convențional omogen pe PL ŞI-NU/SAU-NU (a) şi PL echivalentă ŞI-NU (b)

succesoare nu au loc pentru toate perechile de nivele: ultimul nivel impar superior este constituit, de fapt, dintr-o singură PL ŞI-NU, poate interacționa doar cu PL omogene de tipul ŞI. Ca urmare, SD obținută va fi o SD convențional omogenă, constituită din PL ŞI, cu excepția PL de ieşire, care va fi de tipul ŞI-NU.

Acestei SD îi corespunde o FL monoton descrescătoare de tipul ŞI-NU (vezi f_5, tab. 1), realizată de SD parțial omogenă, tipul căreia este determinat de PL ŞI-NU a ultimului nivel logic (fig. 5,b). Drept consecință, SD din fig. 5,b va fi echivalentă PL ŞI-NU (fig. 5,c).

Aceleaşi rezultate pot fi obținute şi în mod analitic.

$$f_{\overline{\&}4}=\overline{\overline{(\overline{1\cdot2}\vee\overline{3\cdot4})}\&\overline{(\overline{5\cdot6}\vee\overline{7\cdot8})}}=\overline{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\ , \quad (4)$$

Expresia logică (4) reprezintă o FL monoton descrescătoare.

2.5. CC convențional omogene pe PL SAU-NU/ŞI-NU cu număr impar de nivele logice

În acest caz interacțiunile funcționale limitoare ale PL SAU-NU/ŞI-NU (fig. 6,a) ale nivelelor impare/pare imediat

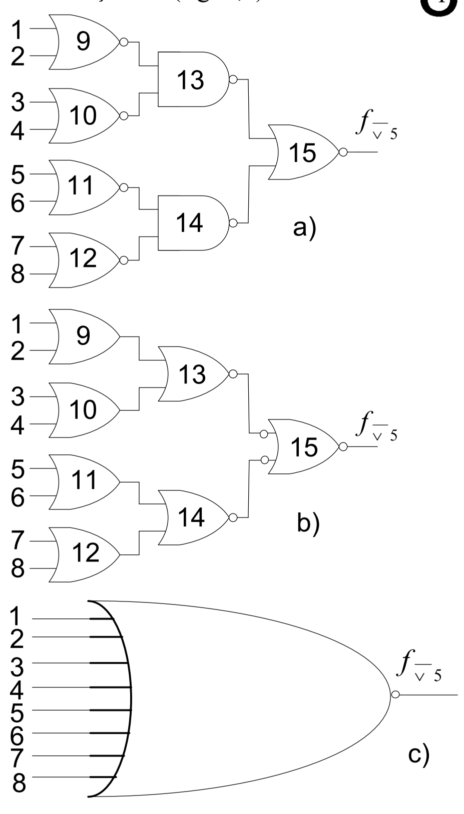


Fig. 6. CC convențional omogen pe PL SAU-NU/ŞI-NU (a) şi PL echivalentă SAU-NU (b)

succesoare nu au loc pentru toate perechile de nivele: ultimul nivel impar superior este constituit, de fapt, dintr-o singură PL SAU-NU, poate interacționa doar cu PL omogene de tipul SAU. Ca urmare, SD obținută va fi o SD convențional omogenă, constituită din PL SAU, cu excepția PL de ieşire, care va fi de tipul SAU-NU.

Acestei SD îi corespunde o FL monoton descrescătoare de tipul SAU-NU (vezi f_6, tab. 1), realizată de SD parțial omogenă, tipul căreia este determinat de PL SAU-NU a ultimului nivel logic (fig. 6,b). Drept consecință, SD din fig. 5,b va fi echivalentă PL ŞI-NU (fig. 5,c).

La aceleaşi rezultate ajungem şi în mod analitic.

$$f_{\overline{\&}4}=\overline{\overline{\overline{1\vee2}\&\overline{3\vee4}}\vee\overline{\overline{5\vee6}\&\overline{7\vee8}}}=\overline{1\vee2\vee3\vee4\vee5\vee6\vee7\vee8}\ , \quad (5)$$

Expresia logică (5) reprezintă o FL monoton descrescătoare.

2.5. CC omogene pe PL SAU-NU/ŞI-NU cu număr impar de nivele logice şi inversor suplimentar la ieşirea CC

În acest caz pe conexiunea de ieşire a CC va fi amplasat un inversor suplimentar(fig. 7,a), care va inversa FL a CC şi va permite obținerea unui CC omogen pe PL SAU-NU/ŞI-NU cu număr impar de nivele logice(fig. 7,b)., echivalent PL SAU (fig. 7,c).

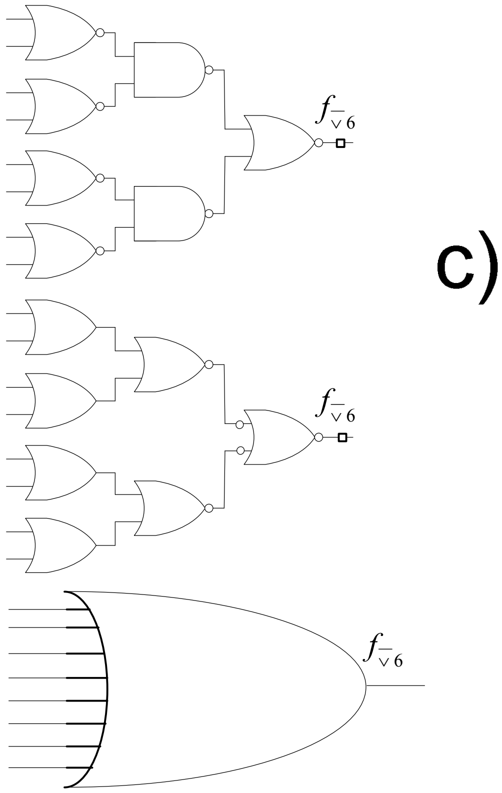


Fig. 6. CC omogen pe PL SAU-NU/ŞI-NU cu număr impar de nivele logice şi inversor suplimentar

BIBLIOGRAFIE

[1] Gremalschi A, Ikramov S, Cojocaru I. (1978). *Postroenie minimalnîh controliruiuşcih testov.* Sb. statei ”Voprosî kibernetiki”, nr. 102. Izd. AN Uzb. SSR. Taşkent.

[2] О.П. Кузнецов и др., Дискретная математика для инженера, Москва, изд. "Энергия", 1980 г.

[3] R. McNaughton, "Unate truth functions", IRE Trans. On Electronic Computers, vol.EC-10, pp. 1-6, march, 1961.

[4] R. E. Miller, Combinational circuits, vol. 1, John Wiley & Sons. Inc., New York, 1969.

[5] A. D. Friedman, P. R. Menon, Theory & Design of switching circuits, Computer Science Press, Inc., 1975

[6] I. Cojocaru şi a., Aspecte ale generării testelor în principiul DALG-I – În curs de apariție