

ANALIZA COMPARATIVĂ DE ACORDARE A ALGORITMILOR PID ȘI PIDD² LA MODELE DE OBIECTE CU INERȚIE DE ORDINUL TREI

Bartolomeu IZVOREANU, Dumitru MORARU, Irina COJUHARI, Ion FIODOROV

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: În lucrare se analizează posibilitățile utilizării în structura regulatorului standard PID a unei componente adăugătoare, proporționale derivatei a doua, care corespunde accelerației abaterii mărimii de ieșire a sistemului automat. Algoritmii standard PID și modificat PIDD² sunt acordate la modelul obiectului cu inerție de ordinul trei utilizând metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. Se efectuează o analiză comparativă a rezultatelor obținute la acordarea algoritmilor propuși la obiectul dat.

Cuvinte cheie: obiect de reglare cu inerție de ordinul trei, funcție de transfer, algoritm PID, PIDD², parametrii de acord, acordarea algoritmului, metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații, proces tranzitoriu, performanțe.

1. Introducere

La etapa actuală la automatizarea diverselor procese industriale și tehnologice se bazează pe utilizarea tehnicii cu microprocesoare, care are posibilitatea de a realiza algoritmi de reglare mai sofisticati și, în rezultat, de a obține performanțe ridicate și o robustețe mai bună a sistemului automat realizat.

Admitem că procesul se descrie cu modelul obiectului cu inerție de ordinul trei și este prezentat prin funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{k}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}, \quad (1)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3 - respectiv constantele de timp, iar a_0, a_1, a_2, a_3 - coeficienții generalizați ai obiectului de reglare.

În sistemele de reglare automată a diverselor procese industriale și tehnologice are o largă utilizare algoritmul cu acțiune proporțională-integratoare-derivativă (PID) [1-4]. Acest tip de algoritm are o structură simplă la realizare și la acordarea optimă a parametrilor lui permite de a obține pentru sistemul automat (SA) performanțe ridicate și robustețe bună.

Pentru modelul obiectului (1) vom acorda algoritmul standard PID și modificat PIDD² descrise cu funcțiile de transfer în forma:

$$H_R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_p s + k_i + k_d s^2}{s}, \quad (2)$$

$$H_R(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_{d1} s + k_{d2} s^2 = \frac{k_p s + k_i + k_{d1} s^2 + k_{d2} s^3}{s}. \quad (3)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii de acord ai algoritmului standard PID, iar k_p, k_i, k_{d1}, k_{d2} - parametrii de acord ai algoritmului modificat PIDD². În algoritmul modificat s-a introdus derivata a doua. Introducerea componentelor adăugătoare în algoritmul respectiv ridică numărul parametrilor de acord ai algoritmului și, rezultă, că se complică calculele. Pentru aceste cazuri mai multe metode clasice devin neaplicabile sau calculele devin dificile.

Există mai multe metode de acordare a algoritmului standard PID la modelul obiectului cu inerție [1-4]. Din metodele existente de acordare a regulatorului PID unele din ele prezintă proceduri dificile de acordare, alte metode garantează stabilitatea SA, dar nu garantează calitatea regimului de funcționare.

Din aceste considerente în lucrare se utilizează criteriul gradului maximal de stabilitate (GMS) cu iterații a sistemului automat proiectat.

Pentru evidențierea eficacității acestei metode este necesar de a efectua o analiză comparativă în baza acordării regulatorului standard PID și modificat PIDD² la modele de obiecte cu inerție de ordinul trei după metoda GMS cu iterații [3, 5-7].

Vom efectua acordarea algoritmilor (2) și (3) la modelul obiectului (1) după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații [5-7].

Vom analiza rezultatele eficacității acordării algoritmului standard PID și algoritmul modificat PIDD² asupra performanțelor și robusteții SA la acțiunile referinței și perturbației de tip treaptă și la variația cu $\pm 50\%$ a parametrilor de la valorile nominale ale modelului obiectului.

2. Algoritmii de acordare a regulatorului PID și PIDD²

Structura SA alcătuită din modelul obiectului cu f.d.t. $H(s)$ și a regulatorului cu f.d.t. $H_R(s)$ în circuit închis se prezintă în fig. 1.

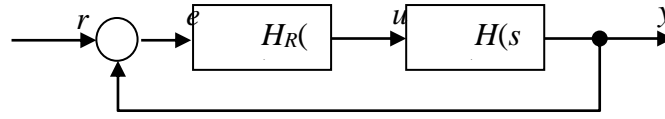


Fig. 1. Structura sistemului automat.

Prezentăm mai jos metoda GMS cu iterații într-o formă restrânsă. Pentru acordarea parametrilor regulatorului PID după metoda GMS la modelul obiectului (1) utilizăm sistemul din trei funcții pe necunoscutele J , k_p , k_i , k_d obținute în lucrările autorului și colegilor [5-7], care se prezintă în următoarea formă:

$$k_p = \frac{1}{k}(4a_0J^3 - 3a_1J^2 + 2a_2J - a_3) + 2k_dJ = \frac{1}{k}(-8a_0J^3 + 3a_1J - a_3), \quad (4)$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J) - k_dJ^2 + k_pJ = \frac{J^3}{k}(-3a_0J + a_1), \quad (5)$$

$$k_d = \frac{1}{k}(-6a_0J^2 + 3a_1J - a_2). \quad (6)$$

Expresiile (4) - (6) se prezintă ca funcții $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului (1) și pe variabila necunoscută J . Se variază variabila J de la zero până la o valoare oarecare J_x (această valoare se alege) și se construiesc curbele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ (4) - (6). Se aleg seturi de valori suboptimale ale lui J_i și pe panta respectivă a curbelor se determină valorile suboptimale ale parametrilor de acord $k_{pi}=f(J_i)$, $k_{ii}=f(J_i)$, $k_{di}=f(J_i)$ ai regulatorului PID, admitând că valoarea lui J_i este mai mică sau mai mare ca cea optimală J_{opr} . Pentru seturile de valori alese ai parametrilor regulatorului PID se simulează pe calculator SA și se determină cele mai ridicate performanțe posibile ale sistemului automat proiectat conform metodei.

Pentru acordarea parametrilor algoritmului modificat PIDD² după metoda GMS cu iterații la modelul obiectului (1) utilizăm sistemul din patru funcții pe necunoscutele J , k_p , k_i , k_{d1} , k_{d2} , care se prezintă în următoarea formă:

$$k_p = \frac{1}{k}(4a_0J^3 - 3a_1J^2 + 2a_2J - a_3) - 3k_{d2}J^2 + 2k_{d1}J = \frac{1}{k}(4a_0J^3 - a_3), \quad (7)$$

$$k_i = \frac{1}{k}(-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J) + k_{d2}J^3 - k_{d1}J^2 + k_pJ = \frac{a_0}{k}J^4, \quad (8)$$

$$k_{d1} = \frac{1}{k}(-6a_0J^2 + 3a_1J - a_2) + 3k_{d2}J = \frac{1}{k}(6a_0J^2 - a_2), \quad (9)$$

$$k_{d2} = \frac{1}{k}(4a_0J - a_1). \quad (10)$$

Pentru acordarea algoritmului modificat PIDD² se procedează analogic ca și în cazul algoritmului PID, dar se utilizează sistemul de funcții (7)-(10) după care se construiesc curbele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_{d1}=f(J)$, $k_{d2}=f(J)$ la variația lui J .

Pe aceste curbe se aleg seturi de valori alese ai parametrilor regulatorului modificat PIDD² $J - k_p$, k_i , k_{d1} , k_{d2} , se simulează pe calculator SA, se ridică procesele tranzitorii după care se determină performanțele SA. Se aleg performanțele SA cele mai ridicate, care ar satisface condițiilor impuse sistemului.

În continuare se prezintă și se analizează un exemplu de acordare a parametrilor algoritmului PID și algoritmului modificat PIDD² la un model de obiect de tipul (1) după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații a sistemului automat proiectat.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea algoritmilor PID și PIDD² la modelul obiectului (1) utilizăm metoda Ziegler-Nichols și optimizarea parametrică.

4. Aplicații și simulare pe calculator

Admitem că modelul obiectului de reglare (1) are valorile parametrilor: $k=0,5$, $T_1=5$ s, $T_2=10$ s, $T_3=15$ s, $a_0=750$, $a_1=275$, $a_2=30$, $a_3=1$. Se propune de a acorda parametrii regulatorului PID și PIDD² după metoda GMS cu iterații. Variind valoarea lui J construim sistemul de funcții $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ (4)-(6),

care sunt prezentate în fig. 2, a și construim sistemul de funcții $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_{d1}=f(J)$, $k_{d2}=f(J)$ (8)-(10), care sunt prezentate în fig. 2, b.

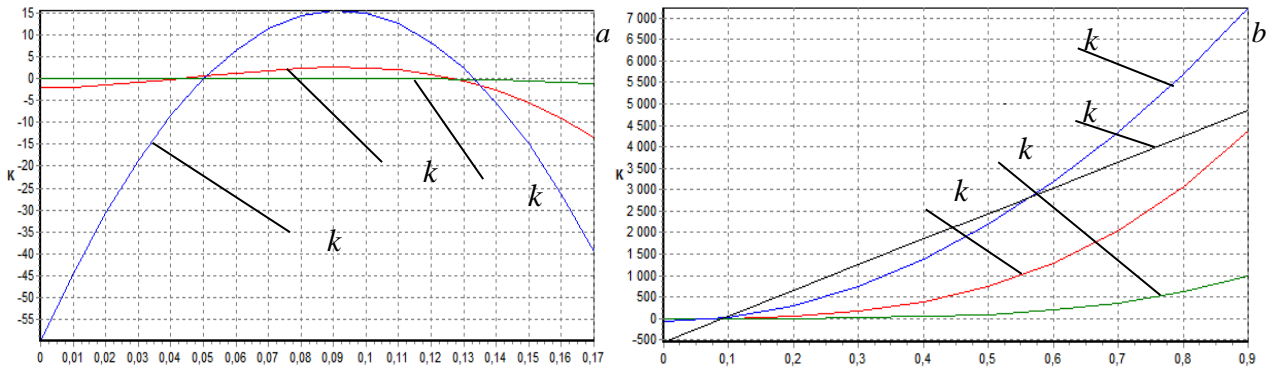


Fig. 2. Dependințele regulatorului PID și PIDD².

Alegem seturi de valori pe curbele respective și aceste date sunt prezentate pentru algoritmul PID în tabelul 1, rândurile 1-3, iar pentru algoritmul PIDD² în tabelul 2, rândurile 1-3. Simulăm pe calculator în MATLAB SA cu regulatorul PID și SA cu regulatorul PIDD² cu parametrii acordați după metoda GMS cu iterații (vezi fig. 3) și procesele tranzitorii ale sistemului sunt prezentate în figura 4, a, b respectiv (numerotarea proceselor corespunde numerotării din tabelele 1 și 2), iar performanțele SA sunt prezentate în tabelele 3 și 4 respectiv.

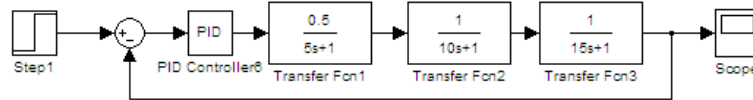


Fig. 3. Schema pentru simularea SA în MATLAB.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea algoritmului PID la modelul obiectului (1) utilizăm metoda Ziegler-Nichols. S-a obținut regimul critic al SA: coeficientul critic $k_{pcr} = 20,3$, perioada oscilațiilor $T_p = 31,4$ s. S-au calculat parametrii optimali ai regulatorului PID, care sunt prezentați în tabelul 1, rândul 4, iar în rândul 5 sunt prezentate valorile parametrilor de acord obținute pentru cazul optimizării parametrice în MATLAB.

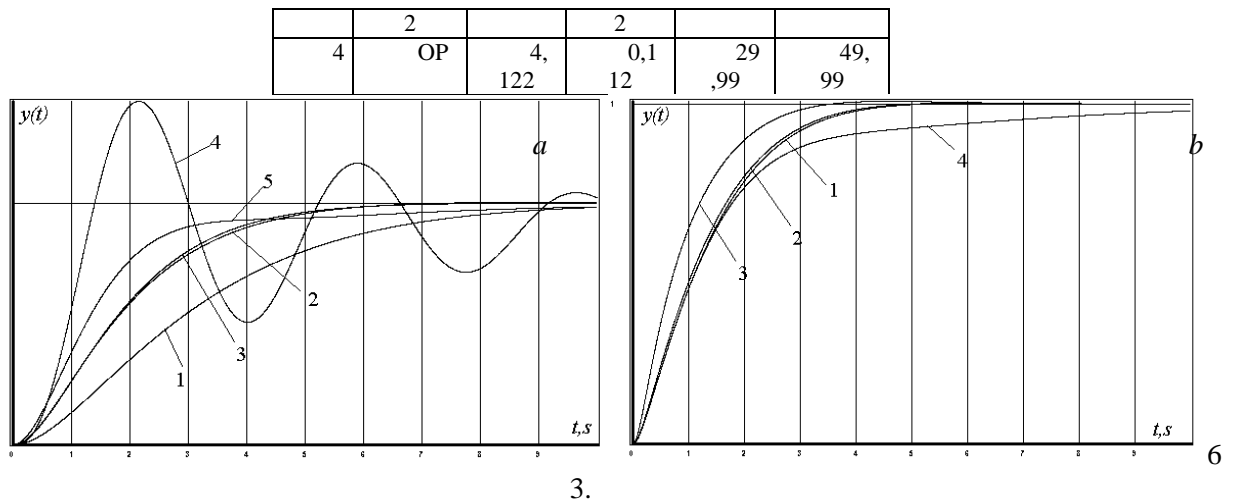
Analizând performanțele SA cu regulatorul PID cu parametrii acordați după metoda GMS cu iterații din tabelul 3 constatăm că cele mai bune performanțe s-au obținut pentru valoarea lui $J = 0,11$, iar parametrii regulatorului au valorile $k_p = 2,5$, $k_i = 0,1$, $k_d = 15$ (tabelul 1, rândul 3), pentru care performanțele SA sunt cele mai ridicate - optimale posibile conform metodei propuse (vezi tabelul 3, rândul 3) și timpul de reglare este $t_r = 47,6$ s (procesul este aperiodic).

Tabelul 1. Parametrii regulatorului PID.

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d
1	0,07	1,3 48	0,0 61	6,6
2	0,1	2,4 16	0,1	15, 6
3	0,11	2,5	0,1 01	15
4	Z N	12, 18	0,0 53	3,1 4
5	O P	3.8 04	0.1 13	23. 18

Tabelul 2. Parametrii regulatorului PIDD².

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d	k_{d2}
1	0,1	4, 0	0,1 5	30	50
2	0,1 01	4, 18	0,1 56	31 ,8	56
3	0,1	6	0,2	49	110



3.
Fig. 4. Procesele tranzitorii ale SA cu regulatorul PID (a) și SA cu regulatorul PIDD² (b).

Tabelul 3. Performanțele SA cu regulatorul PID.

Nr .crt.	t_c , s	σ , %	t_r , s	A
1	7 9	-	7 9	-
2	4 9,2	-	4 9,2	-
3	4 7,6	-	4 7.6	-
4	2 1.47	4 2.32	> 100	4
5	6 2.7	4	6 2.7	-

Tabelul 4. Performanțele SA cu regulatorul PIDD².

Nr .crt.	t_c , s	σ , %	t_r , s	λ
1	3 0	-	3 0	-
2	4 2.8	-	4 2.8	-
3	1 4.5	1 3.3	4 4,6	2
4	6 6.3	2 .5	6 6.3	-

Analizând performanțele SA cu algoritmul modificat PIDD² acordat după metoda GMS cu iterații constatăm că cele mai bune performanțe sunt obținute pentru SA cu parametrii regulatorului din rândul 1, tabelul 3, iar performanțele din rândul 1, tabelul 4, care caracterizează un proces aperiodic cu timpul de reglare $t_r=30$ s.

SA cu algoritmul PIDD² are performanțe mai ridicate cu timpul de reglare de 1,6 ori mai rapid în comparație cu SA cu algoritmul PID, iar procesele tranzitorii în ambele SA sunt aperiodice.

În fig. 5 este prezentată distribuția polilor SA cu algoritmul PID – 1 și SA cu algoritmul modificat PIDD² – 2 acordați după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații; SA cu algoritmul PID – 3 și SA cu algoritmul modificat PIDD² – 4 acordați după optimizarea parametrică din MATLAB.

Rezerva de stabilitate cea mai mare o posedă SA cu algoritmul PID acordat după metoda GMS cu iterații.

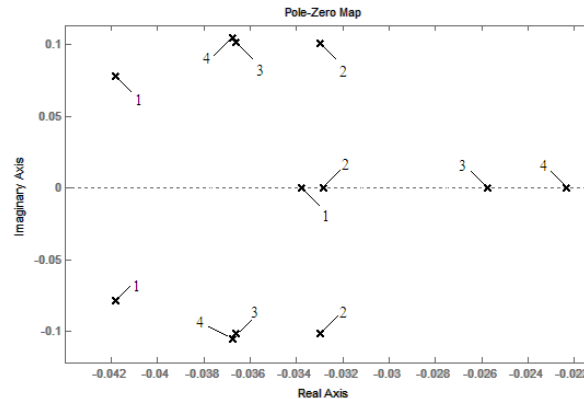


Fig. 5. Distribuția polilor ecuației caracteristice a SA.

S-au modificat parametrii obiectului cu $\pm 50\%$: coeficientul de transfer k , constantele de timp T_1 , T_2 și T_3 și s-au ridicat procesele tranzitorii ale SA cu modificările parametrilor obiectului (la reducere s-a notat semnul - și la majorare s-a notat semnul +) la acțiunea referinței de tip treaptă unitară și s-au analizat performanțele SA, care sunt prezentate în tabelul 6 SA cu algoritmul PID și în tabelul 7 SA cu algoritmul PIDD² (în tabele sunt prezentate performanțele SA: la micșorarea parametrului obiectului semnul “-” și prin bară performanțele SA la majorarea parametrului cu semnul “+”).

La reducerea coeficientului de transfer k al sistemului cea mai bună evoluție o are SA cu regulatorul PIDD² (proces aperiodic cu $t_r=72,5s$), iar la majorarea acestuia – SA cu regulatorul PID (proces aperiodic cu $t_r=21,6 s$, în SA cu regulatorul PIDD² procesul tranzitoriu al SA este oscilant cu $\sigma=7,42 \%$).

La variația constantelor de timp cele mai bune performanțe le are SA cu regulatorul PIDD². Cu majorarea constantelor de timp și timpul de reglare crește.

Tabelul 5. Performanțele SA cu regulatorul PID la modificarea parametrilor obiectului.

Nr.	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
T_1^- / T_1^+	55,8/ 41,9	-	55,8/4 1,9	-
T_2^- / T_2^+	61,8/ 43,0	-	61,8/4 3,0	-
T_3^- / T_3^+	67/45 ,1	-	67/45, 1	-
k^- / k^+	109/2 6,1	-	109/2 6,1	-

Tabelul 6. Performanțele SA cu regulatorul PIDD² la modificarea parametrilor obiectului.

Nr.	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	λ
T_1^- / T_1^+	42,4/ 23,8	-	42,4/2 3,8	-
T_2^- / T_2^+	45,3/ 26,4	-	45,3/2 6,4	-
T_3^- / T_3^+	48,0/ 28,6	-	48,0/2 8,6	-
k^- / k^+	72,5/ 14,5	7,4 2	72,5/3 7,7	2

Analizând performanțele SA cu algoritmul PID și a SA cu regulatorul modificat PIDD² constatăm că la reducerea constantelor de timp performanțele se deteriorează, iar la majorarea acestora performanțele devin mai ridicate (SA este mai calitativ).

Aplicăm perturbația de tip treaptă unitară (cu semnele \pm) care acționează asupra SA cu un element cu inerție de ordinul unu cu coeficientul de transfer egal cu 0,2 și constanta de timp egală cu 3 s și verificăm

reacția SA cu algoritmul PID și SA cu algoritmul PIDD² ridicând procesele tranzitorii ale sistemului, iar performanțele acestora sunt prezentate în tabelul 7 (numerotarea din tabel corespunde: 1, 2 – SA cu algoritmul PID și 3, 4 – SA cu algoritmul PIDD²).

Analizând performanțele SA cu algoritmul PID și SA cu algoritmul PIDD² la acțiunea perturbației după performanțele din tabelul 7, constatăm că cel mai bine își păstrează performanțele SA cu regulatorul PID (la acțiunea perturbației cu semn negativ timpul de reglare se reduce cu 12 %, iar la acțiunea perturbației cu semn pozitiv timpul de reglare se reduce cu 56 %).

În cazul SA cu algoritmul modificat PIDD² performanțele se deteriorează în sensul că crește timpul de reglare mai mult decât la SA cu regulatorul PID (la acțiunea perturbației cu semn negativ timpul de reglare crește de 2,03 ori, iar la acțiunea perturbației cu semn pozitiv timpul de reglare crește de 1,73 ori).

În general, regimurile de funcționare ale SA la valorile date ale parametrilor la acțiunea perturbațiilor nu sunt semnificativ deteriorate de la regimul nominal de funcționare al SA. Procesele tranzitorii ale sistemului automat sunt aperiodice.

Tabelul 7. Performanțele SA la acțiunea perturbației.

r. crt.	N ert. $p(t)$	Ti p reg. PI D	$t_{c, s}$	σ ,%	$t_{r, s}$	λ
1	$p(t)^-$	PI D	4 2,6	-	4 2,6	-
2	$p(t)^+$	PI D	2 1,6	-	2 1,6	-
3	$p(t)^-$	PI DD ²	5 1,9	-	5 1,9	-
4	$p(t)^+$	PI DD ²	4 4,2	-	4 4,2	-

Concluzii

Analizând rezultatele obținute se pot face următoarele concluzii:

- Dintre metodele analizate la acordarea regulatorului PID la modelul obiectului dat cele mai bune performanțe ale SA s-au obținut utilizând metoda GMS cu iterații.
- Dintre metodele analizate la acordarea regulatorului PIDD² la modelul obiectului dat cele mai bune performanțe ale SA s-au obținut utilizând metoda GMS cu iterații.
- Expresiile de calcul a parametrilor de acord ai algoritmului PIDD² sunt mai simple decât expresiile de calcul ai parametrilor algoritmului PID.
- Cele mai bune performanțe sunt obținute pentru SA cu regulatorul PIDD² acordat după metoda GMS cu iterații.
- La modificarea parametrilor obiectului cu $\pm 50\%$ de la valorile nominale cel mai bine își păstrează regimul de funcționare SA cu regulatorul PIDD² acordat după metoda GMS cu iterații.
- La modificarea parametrilor obiectului cu $\pm 50\%$ de la valorile nominale cel mai sensibil este SA cu regulatorul PIDD² acordat după metoda GMS cu iterații.
- La acțiunea perturbațiilor asupra obiectului cel mai bine își păstrează performanțele SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS cu iterații (timpul de reglare se reduce în comparație cu timpul de reglare al SA cu regulatorul PIDD², care s-a majorat).

Bibliografie

1. R. K. Dorf, R. X. Bishop. Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control Systems). Moskva: Laboratoria Bazovîh Znaniî, 2004. 832 s.
2. Ș. Preitl, R. E. Precup. Introducere în ingineria reglării automate, Timișoara: Editura Politehnica, 2001. 334 p.
3. G. I. Zagarii, A. M. Shubladze. Sintez system upravlenia na osnove criteria maksimalnoi stepeni ustoichivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree), Moskva: Energoatomizdat, 1998. 198 s.
4. A. A. Сидорова. Определение наиболее эффективного метода настройки ПИД регулятора. Проблемы информатики, № 5 (18), 2012, с. 143-150.

5. B. Izvoreanu, I. Fiodorov. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method.//In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control, București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.

6. B. Izvoreanu, Irina Cojuhari. Acordarea Algoritmului PID și PIDD2 la Obiecte cu Inerție cu Elemente Identice și Timp Mort. Proceedings of the 9th International Conference on Electromechanical and Power Systems SIELMEN-2013, 17-18 octombrie, 2013, Chișinău, Moldova, p. 126-130, ISBN 978-606-13-1560-4.

7. B. Izvoreanu. Analiza comparativă a metodelor de acordare a algoritmului PID la obiecte cu inerție de ordinul doi și timp mort. Proceedings of the 9th International Conference on Electromechanical and Power Systems SIELMEN-2013, 17-18 octombrie, 2013, Chișinău, Moldova, p. 131-136, ISBN 978-606-13-1560-4.