

# СЕКРЕТЫ СУДОКУ

Максим ЧУКИТУ, Валерия КОРОСТИНСКАЯ, гр. ТІ-164

Технический университет Молдовы

***Аннотация:** данная работа посвящена числовой головоломке судоку. она освящает историю этой популярной во всем мире игры, повествует об истоках её возникновения и о пройденном ею пути. статья даёт ответы на множество вопросов, которыми задаются все без исключения любители этой головоломки.*

***Ключевые слова:** судоку, методы решений, логическая основа, ключи, направляющие последовательности, уровень сложности, число-кандидат.*

## Введение

Наверняка, все вы так или иначе слышали, а многие, может быть, и сами играли в прекрасную игру-головоломку Судоку. История этой игры берёт начало ещё в прошлом тысячелетии, приблизительно в 1200 году, в Египте. Именно там были впервые опубликованы Латинские квадраты.

Латинским квадратом порядка  $n$  называют квадратную матрицу  $m$  размером  $n \times n$ , элементы которой принадлежат множеству  $M = \{1, 2, \dots, n\}$ , причем каждое число из  $M$  встречается ровно один раз в каждой строке и в каждом столбце  $m$ .

Из определения латинского квадрата вытекает, что строки  $m$  состоят из различных перестановок чисел от 1 до  $n$ . Столбцы  $m$  также состоят из различных перестановок этих чисел.

В настоящее время обычно в качестве элементов множества  $M$  используются натуральные числа, однако известный математик XVIII века, изучавший Латинские квадраты, Леонард Эйлер использовал буквы латинского алфавита в качестве элементов множества  $M$ , откуда латинские квадраты и получили своё название.

В современном виде головоломки судоку впервые были опубликованы в 1979 году в журнале Word Games magazine. Автором головоломки был Гарвард Гарис. Он использовал принцип латинского квадрата Эйлера, применил его в матрице размерностью  $9 \times 9$  и добавил дополнительные ограничения, цифры не должны повторяться и во внутренних квадратах  $3 \times 3$ .

Таким, образом, идея судоку пришла вовсе не из Японии, как думают многие, однако название игры действительно японское. В Японии эта головоломка была опубликована компанией Nicoloy Inc., крупным издателем сборников различных головоломок, в газете Monthly Nicolist в апреле 1984 года под заголовком «Число может использоваться только один раз».

Название головоломке дал руководитель Nicoloy - Kaji Maki. Оно появилось, как сокращение фразы “Suuji wa dokushin ni kagiru”, перевод которой «число должно быть единственным». В переводе с японского СУ означает «цифра», а ДОКУ — «стоящая отдельно». 12 ноября 2004 года газета The Times впервые на своих страницах опубликовала головоломку судоку. Эта публикация стала сенсацией, и в результате головоломка быстро распространилась по всему миру.

Игра представляет большой интерес в различных областях.

Судоку интересен с точки зрения логики:

- Какие методы решения судоку существуют?
  - Какова их логическая основа?
  - Какие из них более эффективны и в каких случаях?
- Но Судоку также интересен и с точки зрения математики:
- Сколько всего существует судоку?
  - Какое минимальное количество ключей может быть, чтобы судоку имело одно единственное решение?
  - Как судоку подразделяются по уровням сложности?

Именно об этом мы и хотим рассказать в нашей статье. Но обо всём по порядку. И начнём мы с вопросов, связанных с математикой.

## СКОЛЬКО ВСЕГО СУЩЕСТВУЕТ СУДОКУ?

Этот вопрос долгое время волновал многие видные умы мира математики и является довольно сложным. Дело в том, что вычисление количество всевозможных способов заполнить таблицу  $9 \times 9$  числами от 1 до 9 так, чтобы выполнялось основное правило, то есть ни одна цифра не повторялась ни

в строке, ни в столбце, ни в малом квадрате, требует большого опыта в области комбинаторики – довольно непростом разделе математики.

В 2006 году ответ на этот вопрос смогли дать научный сотрудник и постдоктор Университета Инсбрука Бертхам Фельгенхауэр и лектор университета Шеффилда Фрэйзэр Джарвис. Вместе они написали компьютерную программу для выполнения итоговых расчётов.

В результате было подсчитано, что существует ровно 6 670 903 752 021 072 936 960 расстановок цифр на поле sudoku. В каждой из них можно использовать миллиарды комбинаций, выбирая набор заданных цифр. То есть потенциальное количество различных вариантов sudoku невообразимо велико.

Однако, если исключить различные группы симметрии, то их становится намного меньше – 2 297 902 829 591 040 ~  $2,3 \cdot 10^{15}$ .

Если 7 миллиардов людей каждый день будут решать по 10 sudoku, то они смогут решить все sudoku за 90 лет.

### **КАКОЕ МИНИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО КЛЮЧЕЙ МОЖЕТ БЫТЬ, ЧТОБЫ СУДОКУ ИМЕЛО ОДНО ЕДИНСТВЕННОЕ РЕШЕНИЕ?**

Следующим вопросом долгое время волновавшим умы математиков стал вопрос о минимально возможном количестве цифр-ключей, при которых sudoku имеет одно единственное решение. И снова на помощь пришло программирование.

Ирландские ученые использовали довольно мощный алгоритм отсека лишнего вариантов. Для этого они описали так называемые плохие множества - набор цифр в заполненной таблице, который может быть заменен на другой (отсюда и возникает неоднозначность). Затем они считали, сколько таких плохих множеств можно исключить тем или иным ключом.

Как следствие, перебор удалось свести к чуть менее чем 5,5 миллиарда вариантам. Эти вычисления, которым предшествовало двухлетнее тестирование алгоритма, были проделаны на суперкомпьютере. В результате ученые установили, что 16 подсказок (или меньше) недостаточно для того, чтобы исключить все плохие множества, поэтому придумать головоломку с таким количеством подсказок и однозначным решением невозможно.

### **КАК СУДОКУ ПОДРАЗДЕЛЯЮТСЯ ПО УРОВНЯМ СЛОЖНОСТИ?**

Определение сложности sudoku является весьма непростым вопросом и бытует множество различных мнений относительно того, от чего же она зависит.

Одной из самых важных истин, которую следует знать на этот счет, это то что, не существует никакой связи между сложностью sudoku и количеством изначальных ключей, которое оно содержит. Существуют как простые sudoku заданные с минимальным количеством ключей, так и очень и очень сложные с весьма большим количеством подсказок.

В связи с этим, сложность sudoku оценивается на техниках, применяемых для получения ответа. Уровень sudoku тем выше, чем сложнее методы, используемые в его решении.

- Легкий уровень сложности: очевидные и скрытые одиночки
- Средний уровень сложности: голые и скрытые пары/тройки/четверки
- Тяжелый уровень сложности: Рыбы-меч и X-wing
- Очень тяжелый уровень: Нишио и принудительные цепи.

Чем сложнее уровень sudoku и методы, тем меньше метод основывается на алгоритмах и больше на догадках и предположениях.

### **КАКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СУДОКУ СУЩЕСТВУЮТ?**

Поскольку мы довольно сильно ограничены в объёме, мы расскажем вам только о наиболее интересных методах решения sudoku.

Указывающие пары и тройки:

Если для одного блока существует кандидат, встречающийся дважды либо трижды в одной строке/ столбце, но лишь там, то это дает право убрать этого кандидата из других ячеек соответствующей строки/столбца.

В данном sudoku, для третьего квадрата можно заметить наличие указывающей пары, в виде двух троек, расположенных во второй строке. Так как этот кандидат (3), встречается в 3 квадрате лишь в этой строке, то можно с уверенностью избавляться от него в качестве возможного варианта из ячеек [2,1], [2,2] и [2,3], тем самым получив 6, в последней ячейке.

Похожая ситуация наблюдается и в 7 строке, в 8 блоке. Двойки из ячеек [7,4] и [7,5] позволяют убрать 2 из [7,2].

В примере может быть весьма большое количество направляющих последовательностей. Довольно важным замечанием является то, что не обязательно всегда находить всех их них, для того чтобы продвинуться в решении.

Уничтоженные салатowymi ячейками кандидаты обозначены желтым, а изумрудными – красным, для упрощения понимания, при таком большом количестве отмеченных элементов.

### X-wing:

В случае, когда кандидат имеет только две возможные позиции в строке/столбце, то он обязательно должен быть проставлен в одну из этих клеток. Если есть еще одна строка/столбец, где число-кандидат тоже содержится лишь в двух клетках, и столбцы/строки этих клеток совпадают, образуя своего рода прямоугольник, то лишь эти ячейки могут содержать это число-кандидата, и из других ячеек этих строк/столбцов оно исключается.

На приведенном примере, можно заметить, что тройка содержится лишь дважды в третьей и восьмой строках, и эти ячейки находятся друг над другом, а значит можно применить данный метод. Теперь из остальных ячеек столбцов, а именно [9,2], [1,7], [6,7], кандидат тройка должен быть исключен, тем самым, мы можем сразу проставить значения для ячеек [6,7] и [6,8].

И в последствии, когда ситуация на игровом поле прояснится, тройка будет находиться в одной из возможных комбинаций: [3,2] и [8,7] либо [3,7] и [8,2], то есть, займут одну из двух возможных диагоналей.

### Рыба-меч:

Рыба-меч является своего рода расширением для “X-wing”. Только на этот раз речь идет о трех колонках и трех строках. Кандидат при этом встречается в них не более трех раз, хотя более распространенной является ситуация, когда он встречается дважды. Затем исключает кандидата их этих трех строк/столбцов из других столбцов/строк.

В данной головоломке, семерка содержится дважды в трех столбцах: 2, 5 и 8, при этом она располагается так, что в итоге получаются 3 строки, а значит, метод «Рыба-меч» может быть применен в данном случае. Это позволяет исключить кандидата-7 из соответствующих строк: 1, 6 и 9.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 2	6	4 8	7 9		3 6	1 2 3 5	1 2 3 5	2 3
2	1	6 9	5	1 3	8 2	3 6	7	1 4 3	4 9
3	2	2 3		7 5	4 1		2 3		6 8
4	3	8 5	2 1	9 4	7 6				
5	7	6 2	3 5	4 8	9 1				
6	4	1 9	6 7	8			2 3	2 3	5
7	8	7 6	4 3	5			1 2	1 2	2
8	1 5		3 4	1 9	6 1		5 3	8 7	
9	1 2 5	2 3 9	1 3 1		8 7	6	4 5	3 4	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 2	1 3	9	5 8	7 3	6	1 5	4	1 2 3 5
2	4		3 4	5 8 9	1		7 8 9	6	2 3 5
3	1	6 5		7 3	4 2		1 3	9 8	
4	3	9 6	1 4 7	8 5	1 4	2	1		
5	1 4 7	5 2	1 3 4 7	6	1 3 4 7	9 8	1 3	1 3	7
6	1 4 7	1 3 4 8	2 9	1 3 4 7	9	1 3 4 5 7	1 3 5 7	6	
7	6	4	1 8	1 7 8 9	5	1 7 8 9	2 3	1 7 9	
8	5	1 3 9	7 4	1 3 8 9	2 4 8 9	6	1 5 8 9	1 4 5 9	
9	5 9	2 1 9	6 7	3 1 3 4 7 9	8	1 5 7 9	1 4 5 9		
5	2 8 9	6 4 8 9	4 8	4 5 8	4 5 3 2 3		7 1		
6	3 4 7 8 9	1 4 8 9	1 6	2 4 7		6 9 8 9	5		
7	1 2 6 4 9	2 4 6 9	1 3 4 6 9	5 4 6 7	1 3 4 6 8	2 3 4 7	2 3 4 7	2 3	
8	2 6 4 8	2 4 6 8	3 4 6 7	2 3 4 6 7	3 4 6 7	2 3	5 1 9		
9	1 2	5 7	4 1 3	9	8 6		2 3		

## **ВЫВОД**

Известная мудрость гласит “Всё гениальное просто”. Данное выражение как нельзя лучше подходит для sudoku: Простая идея. Короткий свод правил. И целый мир внутри.

Sudoku по истине можно считать необъятной областью для обсуждений. Она представляет интерес для исследователей различных областей науки и техники, и результаты этих исследований проливают свет на многие современные вопросы нашей жизни: от изучения теории хаоса до расшифровки нуклеотидной последовательности ДНК.

В ходе нашей работы мы постарались ответить на выше обозначенные вопросы. Для этого мы изучили множество различных, в том числе и иностранных источников информации; отобрали наиболее полезный и интересный материал; провели анализ множества различных методов решения sudoku.

Ещё очень и очень много можно сказать о sudoku. В ходе нашей работы мы ответили на наиболее интересные, но далеко не на все вопросы.

Прошло уже тридцать лет, но sudoku остаётся популярным и по сей день. И хочется надеяться, что эта прекрасная игра никогда не канет в Лету.

## **Библиография**

1. Иван Паньшин, «Секреты прохождения sudoku». – режим доступа: <https://4brain.ru/blog/секреты-прохождения-sudoku/>
2. Sudoku клуб, «Как решать sudoku: способы, методы и стратегии». – режим доступа: <http://www.sudoku-club.ru/howto.html>
3. Учебник, «Как решать sudoku». – режим доступа: <http://www.dumaidumai.com/node/56>
4. С.Л. Василенко, «Числовая гармония sudoku». – режим доступа: <http://www.sciteclibrary.ru/texts/rus/stat/st4689.pdf>
5. Дэйв Грин, «Conceptus Sudoku difficulty levels expended». – режим доступа: <http://www.conceptispuzzles.com/ru/index.aspx?uri=info/article/2>
6. Zyerah, “What are the criteria for determining the difficulty of Sudoku puzzle?” – режим доступа: <https://puzzling.stackexchange.com/questions/29/what-are-the-criteria-for-determining-the-difficulty-of-sudoku-puzzle>
7. Tom Davis, “Mathematics of Sudoku”, – режим доступа: <http://www.geometer.org/mathcircles>