# MODELAREA DINAMICĂ A TRIBOSISTEMULUI DE ALUNECARE LA MIȘCARE DE TRANSLAȚIE.

## Andrei POȘTARU

### Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: Tribosistemele de alunecare fiind părți constructive indispensabile ale sistemelor mecanice cu multiple funcții tehnice utile, reprezintă și o sursă de diferite fenomene negative cum sunt disipările de energie și de pierdere a materialelor prin uzură. În cazuri când în legea de frecare apar fluctuații cu neliniarități de diferit ordin, în elementele sistemului mecanic se generează auto-oscilații de fricțiune sub formă de vibrații și zgomote sonore într-un diapazon larg de amplitudini și frecvențe, întreținute prin intermediul tribosistemului de la sursa exterioară de energie. În lucrare se abordează problema de stabilire a structurii forței de frecare în regim nestaționar de funcționare a tribosistemului. În calitate de sistem mecanic sensibil la fluctuațiile forței de frecare și de măsurător a energiei disipate se utilizează oscilatorul armonic. Modelarea teoretică și experimentală a procesului disipativ și de generare a auto-oscilațiilor se face în baza interacțiunii oscilatorului armonic cu tribosistemul.

*Cuvinte cheie: Tribosistem, forță de frecare, energie, disipare, fluctuație, modelare, oscilator armonic, dinamic.* 

## 1. Introducere

Tribosistemele de alunecare cu mişcare alternativă de translație sunt utilizate sub diferite variante constructive în diverse sisteme tehnice (piston-segment-cilindru în motoare cu ardere internă, compresoare, pompe și motoare hidraulice; gidaje din diverse mașini și instalații inclusiv și în sisteme periferice – printere 2D și 3D, ș.a.). În funcționarea reală tribosistemele trec prin diferite regimuri dinamice: staționar sau nestaționar cu comportament stabil sau instabil. Din punct de vedere practic prezintă interes regimul nestaționar de funcționare. În acest regim, când în caracteristica (legea) de frecare există neliniarități, apar zgomote de forță care produc în elementele sistemului mecanic oscilații sub formă de vibrații. Tipul dat de oscilații în literatura de specialitate [2, 4, 5, 8] sunt numite "autooscilații de fricțiune". Autooscilațiile sunt susținute de la sursa externă de energie prin intermediul tribosistemului și pot căpăta diferite forme, de la cvasiarmonice până la stick-slip, într-un spectru larg de frecvențe și amplitudini. Stabilirea legilor de frecare pentru aceste condiții de funcționare a sistemului mecanic prezintă anumite dificultăți atât de nivel teoretic cât și experimental. Aceste dificultăți se referă la complexitatea problemei și a lipsei instrumentelor și metodelor corespunzătoare de cercetare. Problema se complică în cazul când elementele tribosistemului efectuează mişcări relative cu viteză variabilă. În această situație cercetările pot fi efectuate eficient combinând metodele teoretice cu cele experimentale utilizând modele fizice și matematice.

### 2. Modelarea sistemului

Pentru cercetări teoretice și experimentale în calitate de model fizic, sensibil la diverse zgomote de forță [1], a fost acceptat oscilatorului mecanic (fig.1) alcătuit din blocul 1 cu masa m legată de carcasa fixă 4 pe ambele părți prin intermediul a două elemente elastice similare 2 cu rigiditatea redusă c. Frecvența naturală a



Fig.1. Modelul fizic al sistemului oscilator-tribosistem

oscilatorului  $\omega = \sqrt{c/m}$ . Legătura tribologică dintre oscilator și elementele tribosistemului se formează prin intermediul contactului dintre blocul 1 și platforma 3. Contactul se încarcă cu forța normală  $F_n$ . Platforma, antrenată de un mecanism de acționare, efectuează mișcare alternativă de translație pe ghidajul 5 în limitele curselor S cu viteza V. Sub acțiunea forței de frecare  $F_f$ , blocul 1 este supus mișcărilor oscilatorii de translație pe direcția coordonatei X în raport cu punctul "O" de echilibru stabil.

Legând consecutiv oscilatorul cu tribosistemul se obtine un sistem compus din două subsisteme de diferită natură (disipativă și mecanică) cu comportament dinamic propriu, care în funcționare se influențează reciproc.

Sistemul disipativ cu dinamică internă în zona contactului. Intensitatea de disipare a energiei și dinamica internă în zona contactului la mișcarea relativă a suprafețelor sunt influențate de nivelul forței de frecare și modul ei de variație la variația vitezei relative. Analitic, procesul de disipare a energiei se exprimă cu ajutorul unei funcții de tip Rayleigh [7] numită "funcție disipativă" cu măsură de putere

$$\Phi_d = \sum_{j=1}^N k_j \int_0^{v_j} f_j(u) du$$
 (1)

unde:  $k_i$  și  $f_i(u)$  – funcții pozitive definite pe spațiile j ale ariilor elementare reale de contact, dependente de coordonata generalizată q = X și viteza generalizată  $\dot{q} = \dot{X}$  a oscilatorului, de viteza V a platformei și de parametrii interni și externi ai tribosistemului;  $v_i$  – viteza relativă locală a suprafețelor pe spațiile ariilor elementare reale de contact; N – numărul ariilor elementare reale în limitele ariei nominale de contact.

Forța de frecare sub formă generalizată  $Q_d$  se derivează după viteză din funcția disipativă.

$$F_f = Q_d = -\frac{\partial \Phi_d}{\partial v_r} = -\frac{\partial}{\partial (v_r)} \sum_{j=1}^N k_j \int_0^{v_j} f_j(u) du$$
(2)

Sistemul mecanic (oscilatorul). Dinamica miscării oscilatorului sub actiunea fortelor neconservative de frecare se descrie cu ecuația Lagrange [6, 7]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi_d}{\partial v_r} \tag{3}$$

unde:  $v_r = \dot{X} - V$  – viteza relativă în contact.

Utilizând metoda integralelor prime la soluționarea ecuației (3), se caută structura și legile de variație a forței de frecare  $F_f$  dată de relația (2). Una dintre integralele prime căutate rezultă din legea conservării energiei și reprezintă energia totală a oscilatorului  $E = c \frac{x^2}{2} + m \frac{\dot{x}^2}{2} = h$ , unde h - constantă arbitrară. Trecând la coordonate fazice de forma Y = X și  $Z = \dot{X}/\omega$ , ( $\omega^2 = c/m$ ) se obține

$$E = c\frac{Y^2}{2} + m\frac{\omega^2 Z^2}{2} = \frac{1}{2}c(Y^2 + Z^2) = \frac{1}{2}cR^2 = h = const$$
(4)

unde raza  $R = \sqrt{Y^2 + Z^2} = \sqrt{X_i^2 + \left(\frac{\dot{X}_i}{\omega}\right)^2}$  - exprimă poziția orbitei reprezentative a traiectoriei în spațiul fazic, corespunzător nivelului energetic total *h* a oscilatorului.

La miscare pe traiectoria fazică (fig. 2), punctul reprezentativ "M" al centrului de greutate al oscilatorului, intersectează orbitele fazice de nivel energetic  $h_i$  cu viteza fazică  $V_{\phi}^i$ , unde, i – numărul orbitei reprezentative intersectate. Componenta  $V_n^i$  a vitezei fazice pe direcția normalei  $\overline{n}$  reprezintă viteza de variație e energiei totale a oscilatorului (puterea de disipare) cauzată de acțiunea forței de frecare

$$\frac{dE_i}{dt} = c\left(X_i \dot{X}_i + \frac{\dot{X}_i \ddot{X}_i}{\omega^2}\right) = cR_i V_n^i = P_d^i(V_n^i)$$
(5)

unde:  $P_d^i(V_n^i)$  – puterea de disipare a energiei oscilatorului.

Substituind coordonata și viteza oscilatorului cu componentele medii și variabile pe ciclu  $X_i = X_i^* + x_i$ și  $\dot{X}_i = \dot{x}_i$ ,  $(X_i^* = (X_i^{max} + X_i^{min})/2$  - componenta medie a coordonatei,  $x_i$  și  $\dot{x}_i$  - componenta oscilatorie a coordonatei vitezei) se obține

$$\frac{dE_i}{dt} = c \left[ (X_i^* \dot{x}_i) + \left( x_i \dot{x}_i + \frac{\dot{x}_i \ddot{x}_i}{\omega^2} \right) \right] = c R_i V_n^i \tag{6}$$



Fig. 2. Traiectoria ciclului de mișcare a punctului reprezentativ "M" în spațiul fazelor sub influența forțelor de frecare.

În aceste coordonate puterea totală de disipare a energiei acumulate în elementele oscilatorului la efectuarea lucrului de frecare în zona contactului conține două componente: 1).  $P_d^i(V^i)$  - instantaneu "staționară" în vecinătatea punctului  $0^*$  de echilibru instabil, dependentă de viteza V a platformei; 2).  $P_d^i(V_n^i)$  - "nestaționară", dependentă de viteza  $V_n^i$  de variație a energiei oscilatorului.

$$P_d^i = P_d^i(V^i) + P_d^i(V_n^i) = -c(X_i^*V^i + R_iV_n^i)$$
<sup>(7)</sup>

Dinamica complicată de comportament a sistemului "oscilator-tribosistem" complică soluționarea prin metode analitice a problemei privind structura forței de frecare după spectrul de frecvențe și amplitudini.

Soluția se caută utilizând modele experimentale pentru tribosisteme concrete supuse testării în condiții corespunzătore de lucru a tribosistemului modelat. La modelare tribosistemul și modelul trebuie să se afle în relații de similitudine [3]. Pentru stabilirea vitezei de disipare a energiei, experimental se determină starea mecanică a oscilatorului (deplasarea, viteza și accelerația). Conform relației (6), în baza datelor experimentale se determină componenta  $V_n^i$  a vitezei fazice pe direcția normalei  $\overline{n}$  în momentul intersecției de către punctul

"M" a orbitei reprezentative cu raza  $R_i = \sqrt{X_i^2 + \left(\frac{\dot{x}_i}{\omega}\right)^2}$ ,

$$V_{n}^{i} = \frac{\left[ (X_{i}^{*}\dot{x}_{i}) + \left( x_{i}\dot{x}_{i} + \frac{\dot{x}_{i}\dot{x}_{i}}{\omega^{2}} \right) \right]}{\sqrt{x_{i}^{2} + \left( \frac{\dot{x}_{i}}{\omega} \right)^{2}}} = \frac{(X_{i}^{*}\dot{x}_{i})}{\sqrt{x_{i}^{2} + \left( \frac{\dot{x}_{i}}{\omega} \right)^{2}}} + \frac{\left( x_{i}\dot{x}_{i} + \frac{\dot{x}_{i}\dot{x}_{i}}{\omega^{2}} \right)}{\sqrt{x_{i}^{2} + \left( \frac{\dot{x}_{i}}{\omega} \right)^{2}}} = (V_{n}^{i})^{*} + (V_{n}^{i})^{\nu}$$
(8)

care conține două componente:  $(V_n^i)^*$ și  $(V_n^i)^{\nu}$ . Din relațiile (7) și (8) reiese structura forței de frecare

$$F_{f}^{i} = \frac{P_{d}^{i}}{v_{r}^{i}} = -\left[cX_{i}^{*}\frac{v^{i}}{v_{r}^{i}} + cR_{i}\frac{(v_{n}^{i})^{*}}{v_{r}^{i}} + cR_{i}\frac{(v_{n}^{i})^{v}}{v_{r}^{i}}\right]$$
Sau
(9)

$$F_f^i = [F_c^i + (F_v^i)^* + (F_v^i)^v]$$
(10)

Componenta  $F_c^i$  (de tip Coulomb) a forței de frecare este definită de factorii liniari ai funcției disipative  $\Phi_d$  în vecinătatea punctului cu coordonata  $X_i^*$ . Componentele variabile, (fluctuante) ale forței de frecare  $(F_v^i)^*$ și  $(F_v^i)^v$  apar ca rezultat al diferitor efecte dinamice neliniare din zona contactului și pot varia într-un spectru larg de frecvențe și amplitudini.

În baza modelului teoretic a oscilatorului mecanic (fig. 1), a fost elaborat modelul și instalația pentru cercetări experimentale a tribosistemului cu mișcări ciclice de translație de tip "piston-cilindru" (fig. 3), unde blocul (triboelementul) 1 legat de carcasa instalației prin intermediul elementelor elastice 5 (sub formă de arcuri elicoidale) constituie partea oscilantă a ansamblului de testare. Triboelementul 2, fixat pe platforma 3 acționată de mecanismul de tip "bielă-manivelă", efectuează mișcări ciclice de translație pe ghidajul 4 cu viteza



V și frecvența ciclică  $n_c$ . Instalația este echipată cu traductori și sisteme de măsurare a stării contactului și a

Fig.3. Schema cinematică a instalației de încercări experimentale.

oscilatorului.

### 3. Concluzi

Prin modelarea dinamică a interacțiunii tribosistemului cu sistemul mecanic sa stabilit structura forței de frecare. În regim nestaționar de funcționare a tribosistemului apar neliniarități în comportamentul forței de frecare care admit trei componente:  $F_c^i$  – componenta (de tip Coulomb) staționară pe ciclul de variație a oscilatorului;  $(F_v^i)^v$  – componenta variabilă;  $(F_v^i)^*$ - componenta de interinfluență dintre componentele staționară și variabilă.

Pentru cercetarea comportamentului dinamic al tribosistemului în codiții nestaționare de funcționare, în baza modelului oscilatorului mecanic cu elemente elastice, a fost elaborată o instalație experimentală dotată cu sisteme computerizate de achiziție a datelor parametrilor de lucru în zona contactului și a stării mecanice a oscilatorului.

Modelul teoretic și experimental elaborat extind posibilitățile de cercetare a tribosistemelor cu alunecare în diverse condiții de funcționare.

## Bibliografie

- 1. Andronov A. A., Vitt A. A., Khaikin S., E. Teoria kolebani y. M.: Nauka, 1981.
- 2. Armstrong-Helouvry, B., Dupont, P., and Canudas De Wit, C., "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," Automatica, vol. 30., no. 7, pp. 1083-1138, 1994.
- 3. Crudu I. Tribomodelarea. Editura AGIR. București 2011
- 4. Kragelsky I., V. Trenie i iznos. Izdatel'stvo "Mashinostroenie", Moskva, 1968.
- 5. Kragelsky I., V., Gitis N. V., Frictsionn y ye avtocolebaniya, M. Nauca, 1987. 183 s.
- 6. Landau L., D., Lifshits E., M. Teoreticheskaya fizika. Tom 1. Mekhanika. M.: Nauka, 1988.
- 7. Lur'e A., L. Analiticheskaya mekhanika. Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Fizico-Matematicheskoyliteratur·y. Moskva, 1961.
- 8. J. Wojewoda, A. Stefanski, M. Wiercigroch and T. Kapitaniak, Hysteretic effects of dry friction: modelling and experimental studies, Phil. Trans. R. Soc. A, vol. 366, 2008, pp. 747-765.