



Digitally signed by
Library TUM
Reason: I attest to the
accuracy and integrity
of this document

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**ASPECTE ALGORITMICE DIN TEORIA GRAFURILOR
PRIVIND FLUXUL MAXIM ȘI DRUMURILE MINIME
(MAXIME)**

*Indicații metodice la disciplinele Matematici speciale
și Structuri de date și algoritmi*

**Chișinău
2018**

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**FACULTATEA CALCULATOARE, INFORMATICĂ ȘI
MICROELECTRONICĂ
DEPARTAMENTUL INFORMATICĂ ȘI INGINERIA SISTEMELOR
DEPARTAMENTUL INGINERIA SOFTWARE ȘI AUTOMATICĂ**

**ASPECTE ALGORITMICE DIN TEORIA GRAFURILOR
PRIVIND FLUXUL MAXIM ȘI DRUMURILE MINIME
(MAXIME)**

*Indicații metodice la disciplinele Matematici speciale
și Structuri de date și algoritmi*

**Chișinău
Editura „Tehnica-UTM”
2018**

CZU 004.421.2:519.17(076.5)

A 88

Prezenta lucrare conține indicații metodice și sarcini pentru lucrările practice și lucrările de laborator destinate studiului utilizării structurilor de date cum ar fi tabloul bidimensional, tabloul unidimensional de pointeri, lista simplu înlănțuită și coada pentru implementarea algoritmilor de determinare a fluxului maxim și drumurilor minime (maxime) dintre două vârfuri ale unui graf arbitrar. Aici sunt incluse exemple în limbajul C pentru implementarea algoritmilor menționați. Lucrarea este destinată studenților Facultății Calculatoare, Informatică și Microelectronică, învățământ cu frecvență și cu frecvență redusă, care studiază disciplinele *Structuri de date și algoritmi* și *Matematici speciale*.

Autori: conf. univ., dr. G. Marusic
conf. univ., dr. N. Falico
conf. univ., dr. M. Kulev
asist. univ., mag. T. Tiholaz

Redactor responsabil: conf. univ., dr. M. Kulev

Recenzent: conf. univ., dr. V. Moraru

Aspecte algoritmice din teoria grafurilor privind fluxul maxim și drumurile minime (maxime): Indicații metodice la disciplinele Matematici speciale și Structuri de date și algoritmi / G. Marusic, N. Falico, M. Kulev [et al.]; Univ. Tehn. a Moldovei, Fac. Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Dep. Informatică și Ingineria Sistemelor, Dep. Ingineria Software și Automatică. – Chișinău: Tehnica-UTM, 2018. – 48 p.: fig.

Aut. sunt indicați pe vs. f. de tit. – Bibliogr.: p. 48 (7 tit.). – 50 ex.

ISBN 978-9975-45-534-3.

004.421.2:519.17(076.5)

A 88

Redactor Eugenia Balan

Bun de tipar 16.04.18.

Hârtie ofset. Tipar RISO

Coli de tipar 3,0

Formatul 60x84 1/16

Tirajul 50 ex.

Comanda nr.32

2004, UTM, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare și Sfânt, 168

Editura "Tehnica-UTM"

2045, Chișinău, str. Studenților, 9/9

ISBN 978-9975-45-534-3.

© UTM, 2018

INTRODUCERE

În prezenta lucrare sunt expuse aspecte algoritmice din teoria grafurilor privind fluxul maxim în rețelele de transport și drumurile minime (maxime). Din mai mulți algoritmi similari au fost selectați algoritmi, care sunt mai ușor de implementat în limbajul C. Inițial, studenții au însușit cursul relevant *Programarea calculatoarelor*. Cu toate acestea, simplitatea de implementare nu afectează eficacitatea acestor programe.

Prima parte a lucrării include implementarea în limbajul C a algoritmului Ford-Fulkerson de determinare a fluxului maxim. Ideea algoritmului este următoarea: inițial, valoarea fluxului este setată la 0. Treptat, valoarea fluxului crește iterativ prin căutarea unui drum în creștere (drumul de la sursa s la nodul t de-a lungul căruia poate fi trimis un flux mai mare). Procesul dat se repetă până devine posibil a găsi un drum în creștere [1-5]. Implementarea algoritmului este realizată în formă analogică cu programele incluse în lucrarea [6]. Algoritmul nu specifică care anume drum este căutat sau modalitatea de căutare. Din acest motiv, algoritmul este garantat să se convertească numai pentru mărimile întregi ale capacităților arcelor unui graf și chiar pentru aceștia el poate funcționa prea mult timp. Exemplul [3] demonstrează că algoritmul Ford-Fulkerson, care folosește o căutare în adâncime, este foarte lent în comparație cu implementarea care utilizează căutarea în lățime. Când se utilizează căutarea în lățime pentru acest exemplu, algoritmul va avea nevoie doar de doi pași, spre deosebire de căutarea în adâncime, unde răspunsul va fi obținut abia după 2000 de iterații [7]. În indicații se explică cum poate fi folosită căutarea în lățime. Se utilizează structura-coadă studiată în cadrul cursului *Structuri de date și algoritmi*.

A doua parte a lucrării include algoritmul pentru determinarea drumului minim (maxim) într-un graf orientat. De fapt, Ford a inventat acest algoritm în 1956, în timp ce studia o altă problemă matematică, subproblema căruia s-a redus la găsirea celui mai scurt drum într-un graf, iar Ford a propus o schiță de principiu a

algoritmului, care rezolvă această problemă. Bellman, în 1958, a publicat un articol dedicat în mod special problemei găsirii celui mai scurt drum, formulând clar algoritmul în forma în care este cunoscut acum. În indicații este expusă implementarea în limbajul C a algoritmului pentru aflarea drumului minim prin metoda Ford. În acest caz, programul alocă memoria dinamică pentru toate matricele. Al doilea program implementează o abordare unificată a algoritmului Bellman-Ford ca algoritmul programării dinamice. Implementarea algoritmului Bellman-Calaba se reduce la implementarea lui Ford, dar pe un graf cu o matrice de distanțe transpusă. A fost adăugată o condiție pentru detectarea buclelor cu pondere negativă, pentru care este imposibil să se găsească drumul minim din graf. Ca și în primul capitol, este folosită o coadă pentru a găsi toate drumurile minime. În algoritmul Bellman-Ford, implementarea funcției standard de relaxare de-a lungul muchiei este realizată astfel încât să se găsească căile minime și maxime fără a schimba matricea de distanțe. Absența muchiei între noduri este echivalentă cu un anumit număr într-o matrice, indiferent dacă se cere determinarea drumului minim sau maxim.

În a treia parte a lucrării se propune pentru rezolvare o gamă largă de probleme. Pentru unele probleme este necesar să se compare algoritmi diferiți cu aceleași date inițiale.

În cea de-a patra parte sunt date răspunsurile la problemele propuse pentru rezolvare, iar la unele probleme se dau și indicații pentru rezolvare.

CUPRINS

Introducere.....	3
1. Fluxul maxim. Algoritmul Ford-Fulkerson.....	5
1.1. Probleme rezolvate.....	5
1.2. Programul în limbajul C pentru determinarea valorii fluxului maxim într-un graf arbitrar folosind algoritmul Ford- Fulkerson.....	8
2. Drumul de valoare minimă (maximă). Algoritmul lui Ford, Bellman-Calaba.....	14
2.1. Probleme rezolvate.....	14
2.2. Programul în limbajul C pentru determinarea drumului de valoare minimă într-un graf arbitrar folosind algoritmul lui Ford.....	23
2.3. Programul în limbajul C pentru determinarea drumului de valoare minimă (maximă) într-un graf arbitrar folosind algoritmul lui Ford sau Bellman-Calaba.....	27
3. Probleme propuse pentru rezolvare.....	34
4. Indicații și răspunsuri la problemele propuse pentru rezolvare.....	45
Bibliografie.....	48

BIBLIOGRAFIE

1. A.V. Aho, J.E. Hopcroft, J.D.Ullman. Data structures and Algorithms. Addison-Wesley, 1983. – 436 p.

2. Ф.А.Новиков. Дискретная математика для программистов. Учебник. С.Петербург, Питер, 2001. - 301с.

3. Thomas H. Cormen. Charles E. Leiserson. Ronald L. Rivest. Introducere în algoritmi. Cluj-Napoca: Editura Computer Libris Agora, 2000.

4. Окулов С. Программирование в алгоритмах. – М., Бином, 2002. – 341 с.

5. G. Marusic, G. Ceban, R Bulai. Matematica discretă. Indicații metodice pentru seminare. Chișinău: UTM, 2008. – 92 p.

6. Фалько Н., Кулев М., Марусик Г. Использование структур данных в алгоритмах на графах и деревьях. Методические указания и задания для лабораторных работ. Chișinău: UTM, 2015. – 50 с.

7.https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм_ФордаФалкерсона,_реализация_с_помощью_поиска_в_глубину