

TRUSA DE MECANICĂ ASISTATĂ DE CALCULATOR. IV. VERIFICAREA EXPERIMENTALĂ A FORMULEI DISTANȚEI PARCURSE ÎN MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ

Alexandru RUSU
Universitatea Tehnică a Moldovei
preuniversitas@gmail.com

Distanța S parcursă de un mobil ce efectuează o mișcare uniform accelerată fără viteză inițială ($v_0 = 0$) se exprimă prin relația:

$$S = at^2/2, \quad (1)$$

unde a este accelerația mobilului, iar t este intervalul de timp în care este parcursă distanța S . Această relație este echivalentă cu relația

$$\sqrt{S} = \sqrt{a/2} t, \quad (2)$$

care poate fi verificată cu ajutorul montajului din *fig. 1*. Distanța parcursă de cărucior pe

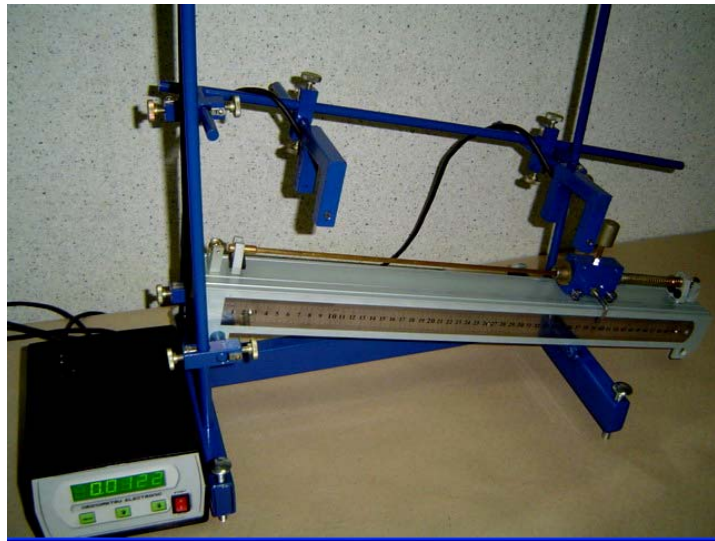


Fig. 1

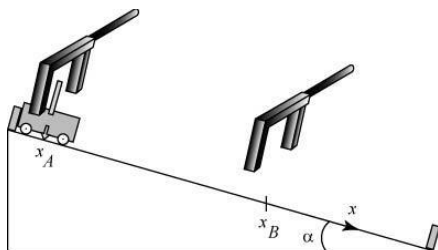


Fig. 2

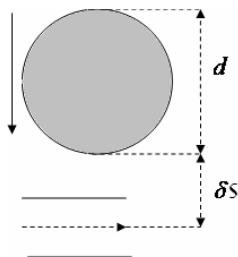


Fig. 3

planul înclinat S este distanța dintre senzori și de aceea se măsoară ca diferența coordonatelor lor, adică $S = x_B - x_A$ (*fig. 2*). Coordonatele, la rândul lor, se măsoară folosind indicatorul căruciorului de pe rigla planului la momentul când obturatorul acestuia începe acoperirea fasciculului sensorului respectiv, adică atunci când cronometrul începe măsurarea primului interval de timp. Distanța $S = x_B - x_A$ este parcursă de mobil în intervalul de timp $t_1 + t_2$, unde t_1 este

intervalul de timp în care obturatorul căruciorului în mișcare acoperă fasciculul de radiație infraroșie a sensorului A , iar t_2 este intervalul de timp de la descoperirea fasciculului sensorului A până la începutul acoperirii de către obturatorul căruciorului a fasciculului sensorului B (*fig. 2*). De aceea formula (2) exprimată prin mărimi măsurate în mod direct capătă forma

$$\sqrt{x_B - x_A} = \sqrt{a/2} (t_1 + t_2). \quad (3)$$

Relația (3) reprezintă o funcție liniară de tipul

$$Y = pX + b, \quad (4)$$

unde $Y = \sqrt{x_B - x_A}$, $X = t_1 + t_2$, $p = \sqrt{a/2}$, iar $b \neq 0$, întrucât în această experiență,

ca și la verificarea formulei vitezei [1,2], va fi prezentă o eroare sistematică δt_0 , eroare ce influențează valoarea accelerației mobilului determinată din (3). Una din cauzele apariției acestei erori este faptul că între obturatorul mobilului de grosimea d aflat în repaus și fasciculul senzorului întotdeauna rămâne o mică distanță δS (fig. 3). Din această cauză obturatorul nu declanșează măsurarea timpului la pornirea mobilului, ci numai după ce acesta parcurge distanța δS . Acestei mici distanțe îi corespunde un mic interval de timp δt_0 , prezent la fiecare repetare [2]. Trasând graficul dreptei (3) după punctele experimentale (fig. 4), observăm că eroarea sistematică δt_0 este egală numeric cu lungimea segmentului tăiat de prelungirea dreptei pe axa absciselor. Din relația (3) și din fig. 4 se observă că $\sqrt{a/2} = p = \operatorname{tg} \beta = BC/AC$, iar de aici pentru accelerația mobilului se obține

$$a = 2p^2 = 2\operatorname{tg}^2 \beta = 2(BC/AC)^2 \quad (5)$$

Aici panta dreptei p poate fi calculată atât folosind metoda celor mai mici pătrate [1], cât și direct din grafic ca raportul BC/AC (fig. 4). Valoarea determinată prin această metodă a accelerației nu mai este influențată de eroarea sistematică δt_0 . Pentru diminuarea valorii erorii sistematice senzorul A (fig. 1, 2) se plasează astfel încât atunci când căruciorul se află în poziția superioară pe plan fasciculul lui să fie cât mai aproape de tangenta la suprafața obturatorului fixat pe cărucior. În poziția superioară căruciorul se sprijină pe suportul barei directe prin intermediul bulonului de ajustare fină a poziției inițiale (fig. 1). Deșurubând încet acest bulon se poate face ca distanța parcursă de cărucior înainte ca obturatorul lui să declanșeze măsurarea timpului să fie cât mai mică.

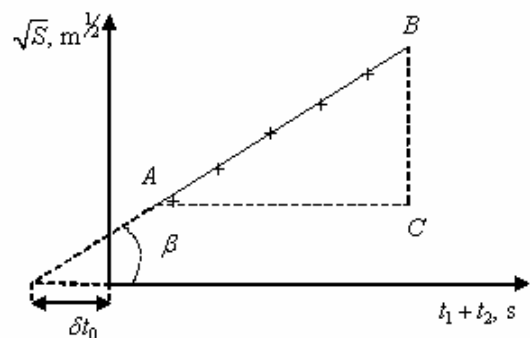


Fig. 4

La verificarea relației (3) poate fi folosit un obturator de orice diametru, întrucât la deducerea ei nu a fost folosită vreo aproximație privind grosimea obturatorului. Astfel, experiența poate fi efectuată în mai multe variante folosind obturatoare de diferite diametre. Amintim că trusa dispune de 5 obturatoare de diferite grosimi.

În cazul în care experiența se efectuează folosind softul pentru achiziția și procesarea datelor la calculator, la începutul măsurărilor se va cere introducerea numărului de serii n ce vor fi efectuate, a numărului de măsurări N din cadrul fiecărei serii, a coordonatei x_A a senzorului A și a coordonatei x_B a senzorului B . Se pot efectua $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 10$ măsurări a intervalelor de timp t_1 și t_2 , care se vor transfera de la cronometrul electronic la calculator prin accesarea butonului *Citirea datelor*. Totodată se va calcula suma $t_1 + t_2$ și valorile medii ale acesteia la sfârșitul fiecărei serii de măsurări. Trecerea de la o serie de măsurări la alta se realizează prin modificarea poziției senzorului B . Din această cauză la terminarea fiecărei serii de măsurări, în afară de ultima, se va cere atât modificarea poziției senzorului B , cât și valoarea nouă a coordonatei acestui senzor. Panta dreptei p , accelerația mobilului a , valoarea termenului liber b , erorile absolută Δp și relativă $\varepsilon = \Delta p/p$ se calculează prin metoda celor mai mici pătrate [1]. Cum rezultă din (5), în acest caz eroarea absolută comisă la determinarea accelerației este

$$\Delta a = 4p\Delta p, \quad (6)$$

unde Δp este eroarea standard a pantei drepte, eroarea sistematică fiind $\delta t_0 = -b/p$. Rezultatele testărilor arată că eroarea aleatorie Δa depinde de diametrul obturatorului utilizat. Pentru obturatoare subțiri aceasta este mai mare, iar pentru obturatoare mai groase este mai mică. Creșterea erorii aleatorii în cazul obturatoarelor subțiri este legată de valoarea mică a intervalului de timp t_1 care în acest caz se măsoară cu o eroare mai mare.

În *fig. 5* este reprezentat graficul dependenței (3) obținut la calculator cu ajutorul softului elaborat pentru această experiență. Graficul a fost trasat ca rezultat al efectuării a $n = 7$ serii a câte $N = 15$ măsurări a intervalelor de timp t_1 și t_2 folosind un obturator cu diametrul $d = 15$ mm. La trecerea de la o serie de măsurări la alta senzorul A a fost menținut fix, iar senzorul B a fost apropiat treptat de senzorul A . Se observă că graficul dependenței $Y = \sqrt{x_B - x_A}$ în funcție de $X = t_1 + t_2$ (3) reprezintă o dreaptă, fapt care confirmă justetea formulei distanței parcurse de mobil în mișcarea uniform accelerată fără viteză inițială $S = at^2/2$. Valoarea determinată $a = 2p^2$ a accelerației mobilului $a = (1,97 \pm 0,02) \text{ m/s}^2$ nu este influențată de eroarea sistematică $\delta t_0 = 0,007$ s care constituie 1,3 % în prima serie de măsurări și 2,1% în ultima serie. În ambele serii, dar și în seriile intermediare, eroarea sistematică este mai mare decât cea aleatorie și ea trebuie luată în seamă dacă accelerația se determină direct din formula (3).

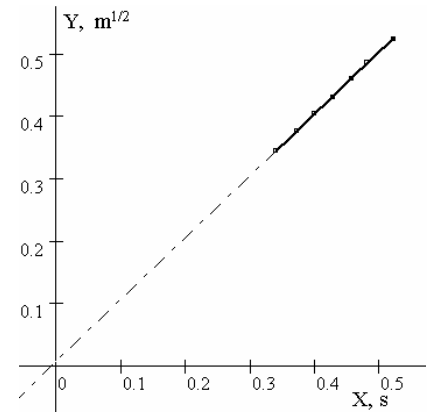


Fig.5

La fel se poate verifica și formula distanței h parcurse la căderea liberă fără viteză inițială:

$$h = gt^2/2, \tag{7}$$

unde g este accelerația gravitațională, iar $t = t_1 + t_2$ este timpul de zbor. În acest caz schema experienței este reprezentată în *fig. 6*. Aici obturatorul corpului cilindric cu vârf conic este reprezentat ca fiind tangent la fasciculul senzorului A în poziția inițială (superioară). În realitate, între obturator și fasciculul senzorului există întotdeauna o mică distanță δh care, ca și în experiența precedentă, conduce la apariția unei erori sistematice δt_0 . În *fig. 7* este reprezentat graficul dependenței $Y = \sqrt{x_B - x_A}$ în funcție de $X = t_1 + t_2$ în cazul căderii libere fără viteză inițială, obținut în urma efectuării a $n = 5$ serii a câte $N = 10$ măsurări fiecare. Se observă că acest grafic reprezintă un segment de dreaptă ceea ce confirmă justetea formulei (7). Pentru accelerația gravitațională a fost obținută valoarea $g = (9,7 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$

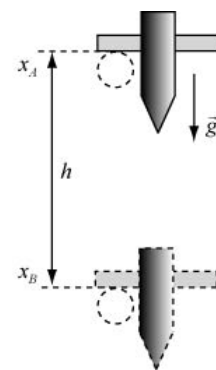


Fig. 6

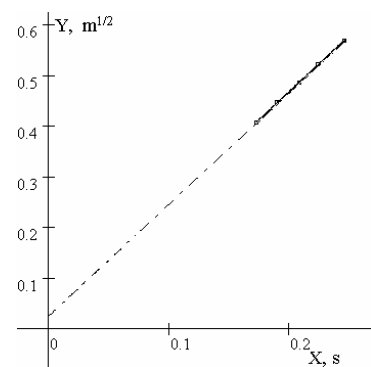


Fig. 7

cu o eroare relativă de 0,7 %. Valoarea așteptată a accelerației gravitaționale $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ se află la marginea intervalului de încredere din experiment. Trebuie, însă, de remarcat faptul că nivelul de încredere este de numai 68,3%. Aceasta înseamnă că mai rămâne probabilitatea de 31,7% ca valoarea adevărată a accelerației gravitaționale să se afle în afara intervalului

menționat. Dacă cerem un nivel de încredere de 99,7%, atunci $g = (9,7 \pm 0,3) \text{ m/s}^2$ și valoarea adevărată a accelerației gravitaționale $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ se află în interiorul intervalului de încredere. Valoarea erorii sistematice este $\delta t_0 = 0,01 \text{ s}$ și ea nu se răsfrânge în niciun fel asupra valorii determinate a accelerației gravitaționale. Dacă, de exemplu, g ar fi determinat direct din formula (7) folosind valoarea medie a timpului de zbor obținut în ultima serie de măsurări, dar neluându-se în seamă δt_0 , atunci s-ar obține $g = 2h/t^2 = 2 \times 0,323 / (0,24653)^2 = 10,63 \text{ m/s}^2$. Dacă se ia în seamă eroarea sistematică, atunci din (7) se obține $g = 2 \times 0,323 / (0,25653)^2 = 9,82 \text{ m/s}^2$.

Se poate verifica experimental și formula distanței S parcurse de un mobil în mișcarea uniform accelerată cu viteza inițială v_0 și accelerația a :

$$S = v_0 t + a t^2 / 2$$

(8)

Relația (8) se verifică utilizând montajul experimental reprezentat în *fig. 8*. Din această figură se observă că distanța $S = x_B - x_A$ este parcursă de cărucior, la fel ca și în prima experiență, în timpul $t = t_1 + t_2$. De aceea relația (8) ia forma:

$$x_B - x_A = v_0 (t_1 + t_2) + a (t_1 + t_2)^2 / 2$$

(9)

Viteza medie pe distanța egală cu diametrul d al obturatorului coincide cu viteza momentană la mijlocul intervalului de timp t_1 , adică

$$d/t_1 = v_0 + a t_1 / 2$$

(10)

Determinând viteza inițială v_0 din (10) și substituind-o în (9), după unele transformări obținem următoarea relație echivalentă cu (8) și exprimată prin mărimi direct măsurabile:

$$\sqrt{x_B - x_A - d(t_1 + t_2)/t_1} = \sqrt{a/2} \sqrt{t_2(t_1 + t_2)}$$

(11)

Această relație reprezintă, de asemenea, o funcție liniară de tipul (4), unde $Y = \sqrt{x_B - x_A - d(t_1 + t_2)/t_1}$, $X = \sqrt{t_2(t_1 + t_2)}$ și $p = \sqrt{a/2}$. Vom considera $b \neq 0$ pentru ca, în cazul existenței unei erori sistematice, să păstrăm posibilitatea eliminării influenței ei asupra valorii determinate a pantei drepte și, prin urmare, asupra valorii determinate a accelerației mobilului. Valoarea accelerației mobilului se va determina cu ajutorul relației (5) și, la fel ca în prima experiență, ea nu va fi influențată de eroarea sistematică $\delta t = -b/p$. Pentru eroarea absolută rămâne valabilă formula (6). Trecerea de la o serie de măsurări la alta pe parcursul experienței se poate efectua menținând fixă poziția unuia din senzori și variind poziția celuilalt sau variind pozițiile ambilor senzori. Aceste posibilități sunt prevăzute în softul elaborat pentru această experiență. Evident, în afară de aceste variante pot fi realizate și altele variind, în limite rezonabile, unghiul de înclinare a planului față de orizontală. Experiența poate fi efectuată cu oricare obturator din setul propus. Trebuie, însă, să

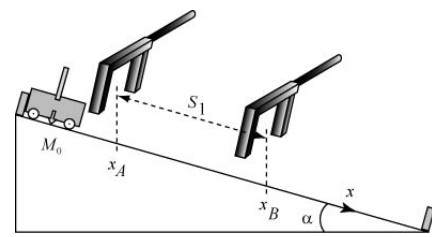


Fig. 8

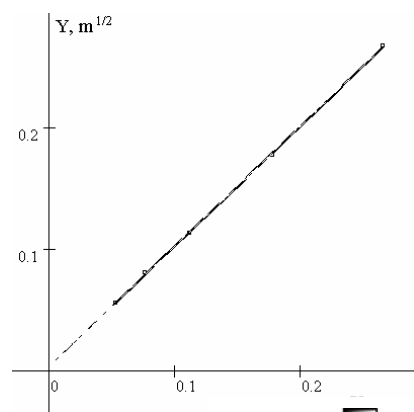


Fig. 9

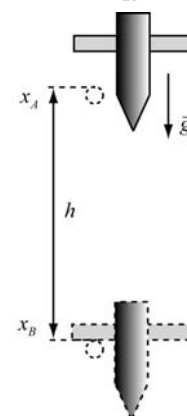


Fig. 10

menționăm că la schimbarea obturatorului se poate modifica și accelerația căruciorului. Acest fenomen se explică prin modificarea forței de rezistență în rulmenții roților căruciorului în urma descărcării sau încărcării acestuia cu o masă suplimentară. Variația accelerației nu este mare, dar în unele cazuri poate depăși eroarea aleatorie în experiment.

În *fig. 9* este reprezentat graficul dependenței (11) obținut cu ajutorul softului elaborat după procesarea datelor înregistrate cu cronometrul electronic la efectuarea a $n=5$ serii a câte $N=10$ măsurări ale intervalelor de timp t_1, t_2 . A fost utilizat un obturator cu diametrul $d=10$ mm, iar la trecerea de la o serie de măsurări la alta senzorii au fost îndepărtați treptat unul de altul. Se observă că graficul dependenței (11) reprezintă un segment de dreaptă, fapt care confirmă veridicitatea formulei distanței parcurse de mobil în mișcarea uniform accelerată cu viteză inițială (8). Valoarea determinată a accelerației mobilului $a=(1,94\pm 0,03)$ m/s² nu este influențată de eroarea sistematică $\delta t=0,004$ s comisă în experiment. Această

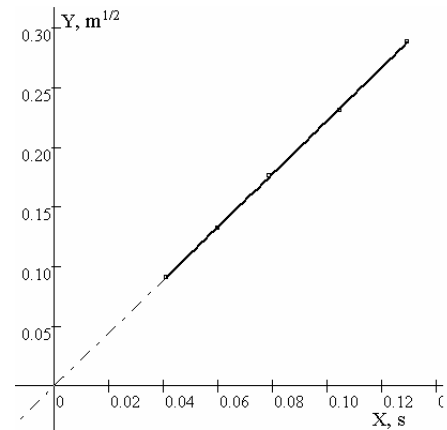


Fig. 11

valoare practic coincide cu valoarea obținută în prima experiență pentru același unghi de înclinare a planului, dar și pentru același nivel de încredere.

Formula (8) poate fi verificată și în cazul căderii libere când în calitate de mobil se folosește un corp cilindric cu vârf conic pe care este fixat un obturator plan cu lățimea $d=10$ mm (*fig. 10*). În *fig. 11* este reprezentat graficul dependenței (11) în cazul căderii libere, trasat după $n=5$ puncte experimentale obținute în urma procesării la calculator a datelor obținute la efectuarea a $n=5$ serii a câte $N=10$ măsurări ale intervalelor de timp t_1 și t_2 . La trecerea de la o serie de măsurări la alta senzorii au fost apropiați treptat unul de altul. Se observă că graficul reprezintă un segment de dreaptă ceea ce confirmă veridicitatea formulei distanței parcurse în căderea liberă cu viteză inițială: $h=v_0t+gt^2/2$. Valoarea accelerației gravitaționale $g=(9,9\pm 0,2)$ m/s² a fost determinată în experiență cu o eroare relativă de 1,6%. Valoarea așteptată $g=9,8$ m/s² se află la marginea intervalului de încredere obținut în experiment. Și aici este vorba de un nivel de încredere de 68,3%. Considerând un nivel de încredere de 99,7%, obținem: $g=(9,9\pm 0,6)$ m/s². În acest interval de încredere deja se înscrie cu certitudine valoarea adevărată $g=9,8$ m/s². Pentru eroarea sistematică s-a obținut valoarea $\delta t_0=0,00018$ s. Ea constituie 0,14% în prima serie de măsurări și 0,44% în ultima serie. Deci eroarea sistematică poate fi neglijată în comparație cu cea aleatorie, iar accelerația gravitațională în acest caz poate fi determinată și direct din formula (11).

Distanța S parcursă de un mobil ce efectuează o mișcare rectilinie uniform încetinită cu viteza inițială v_0 și accelerația a este determinată de formula:

$$S = v_0t - |a|t^2/2, \quad (12)$$

unde t este intervalul de timp în care are loc mișcarea.

Pentru a verifica experimental formula (12) efectuând $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 10$ măsurări trebuie să avem posibilitatea de a repeta de mai multe ori, în aceleași condiții, fiecare măsurare a fiecărei serii. În cazul mișcării uniform accelerate, această condiție se asigură eliberând căruciorul din poziția superioară pe planul înclinat ori de câte ori dorim. În cazul mișcării uniform încetinite, trebuie să se asigure, ori de câte ori dorim, aceeași viteză inițială

v_0 orientată de-a lungul planului înclinat în sus. Această viteză se asigură la fel ca la verificarea formulei vitezei în mișcarea rectilinie uniform încetinită [2]. La fel ca în [2], pentru verificarea formulei (12) se utilizează primele 6 intervale consecutive de timp, adică cronometrul se stabilește în regimul $n-6$. Distanța S parcursă de cărucior pe planul înclinat în mișcarea lui uniform încetinită se măsoară ca diferența coordonatelor senzorilor B și A : $S = x_B - x_A$. Fiecare coordonată se determină apropiind obturatorul căruciorului (de jos în sus pe plan) de fasciculul senzorului respectiv și observând (cu ajutorul indicatorului căruciorului) pe riglă poziția la care cronometrul începe măsurarea primului interval de timp. În acest caz se va stabili manual regimul dorit de măsurare al cronometrului. Observăm că distanța S este parcursă de către cărucior în timpul $t = t_5 + t_6$. De aceea relația (12) capătă forma:

$$x_B - x_A = v_0(t_5 + t_6) - |a|(t_5 + t_6)^2 / 2. \quad (13)$$

Viteza medie pe distanța egală cu diametrul d al obturatorului coincide cu viteza momentană la mijlocul intervalului de timp t_5 , adică

$$d/t_5 = v_0 - |a|t_5/2. \quad (14)$$

Determinând din (14) valoarea v_0 și substituind-o în (13) se obține, după unele transformări, următoarea relație echivalentă cu (12):

$$\sqrt{d(t_5 + t_6)/t_5 - (x_B - x_A)} = \sqrt{|a|/2} \sqrt{t_6(t_5 + t_6)}. \quad (15)$$

Relația (15) poate fi considerată drept o funcție liniară de tipul (5), în care $Y = \sqrt{d(t_5 + t_6)/t_5 - (x_B - x_A)}$, $X = \sqrt{t_6(t_5 + t_6)}$, $p = \sqrt{|a|/2}$, considerându-se $b \neq 0$ pentru a avea posibilitatea de a descoperi și elimina o eventuală eroare sistematică în experiment. Măsurând intervalele de timp t_5 și t_6 pentru diferite valori ale coordonatelor senzorilor și trasând graficul dependenței (15), vom considera că această dependență se verifică dacă graficul ei va reprezenta un segment de dreaptă. Panta acestei drepte este $p = \sqrt{|a|/2}$. Prin urmare, accelerația mobilului

$$|a| = 2p^2. \quad (16)$$

Graficul va tăia pe axa absciselor un mic segment ce corespunde intervalului de timp $\delta t = -b/p$ care în acest caz este eroarea

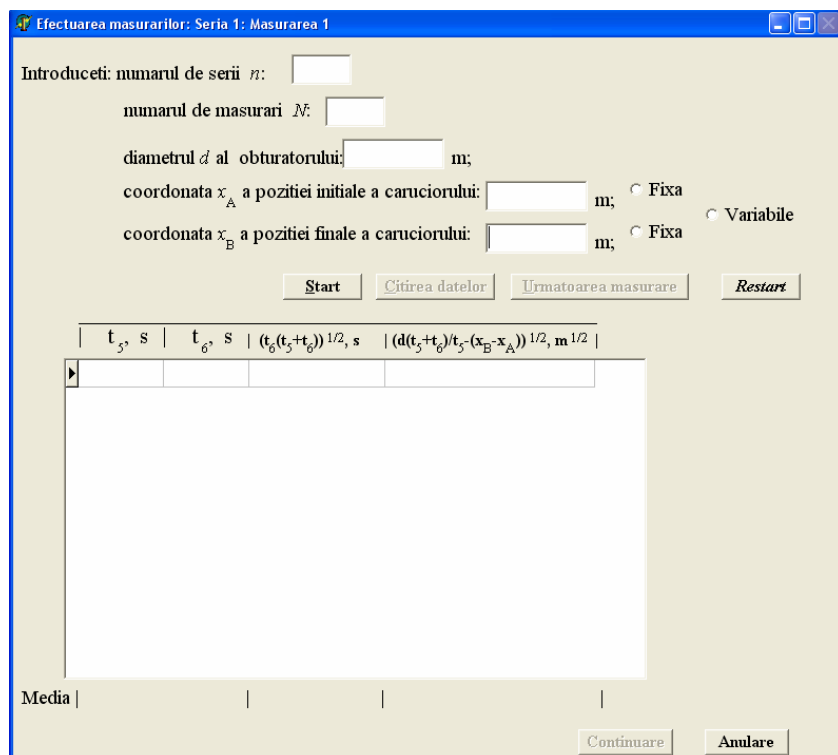


Fig. 12

sistematică a instalației de măsurare. Totodată valoarea accelerației determinată prin metoda propusă nu depinde de această eroare sistematică. Pentru eroarea absolută la determinarea accelerației rămâne valabilă formula (6).

În *fig. 12* este reprezentată fereastra *Efectua-rea măsurărilor* din softul elaborat pentru verificarea relației (15). La început aici se cere introducerea numărului de serii n , a numărului de măsurări din cadrul fiecărei serii N , a diametrului obturatorului d fixat pe cărucior, precum și a coordonatelor inițială x_A și finală x_B ale căruciorului. La trecerea de la o serie de măsurări la alta poate fi menținută fixă poziția unuia din senzori și variată poziția celuilalt sau pot fi variate pozițiile ambilor senzori. Aceste trei posibilități se realizează prin bifarea poziției respective. De exemplu, bifarea poziției „*Variabile*” (*fig. 12*) înseamnă că la trecerea de la o serie de măsurări la alta valorile introduse ale coordonatelor x_A și x_B vor dispărea și se vor cere altele noi, obținute în urma măsurării pozițiilor modificate ale ambilor senzori. Valorile intervalelor de timp t_5 și t_6 citite la cronometrul electronic vor fi trecute în tabel (*fig. 12*) și se vor calcula valorile mărimilor X și Y pentru fiecare măsurare. La sfârșitul fiecărei serii se vor calcula și valorile medii ale acestor mărimi.

Relația (15) poate fi verificată folosind un obturator de orice diametru și variind în limite rezonabile unghiul de înclinare a planului față de orizontală de la o experiență la alta. Astfel se pot realiza mai multe variante ale acestei experiențe.

În *fig. 13* este reprezentat graficul dependenței (15) obținut la calculator cu utilizarea softului elaborat. Pentru aceasta au fost utilizate rezultatele a $n=5$ serii a câte $N=10$ măsurări ale intervalelor de timp t_5, t_6 , folosind un obturator cu diametrul $d=15$ mm și îndepărtând treptat senzorii A și B unul de altul la trecerea de la o serie de măsurări la alta. Se observă că graficul dependenței (15) reprezintă o linie dreaptă ceea ce confirmă veridicitatea formulei distanței parcurse de mobil în mișcarea uniform încetinită (12). Accelerația căruciorului în mișcarea uniform încetinită în sus pe planul înclinat este $a = (2,34 \pm 0,04) \text{ m/s}^2$ cu un nivel de confidență de 68,3% și a fost determinată cu o eroare relativă ce nu întrece 1,7%. Se observă o micșorare de aproximativ 2 ori a erorii de măsurare indirectă a accelerației în comparație cu cazul utilizării obturatorului cu diametrul $d=5$ mm când s-a obținut $a = (2,23 \pm 0,07) \text{ m/s}^2$. Valoarea accelerației obținută în această experiență se află în interiorul intervalului de încredere obținut în varianta efectuată cu un obturator având diametrul $d=5$ mm. Eroarea sistematică este $\delta t = 0,002 \text{ s}$, fiind necesară luarea în seamă a acesteia dacă accelerația se determină direct din formula (15). În caz contrar, la determinarea accelerației se va comite o eroare relativă suplimentară de 3,8% în prima serie de măsurări și de 9,6% în ultima serie. Se observă o micșorare de 8,5 ori a erorii sistematice în comparație cu cazul $d=5$ mm când $\delta t = 0,0176 \text{ s}$ (*fig. 14*). Însă și în acest caz metoda folosită în experiență permite excluderea influenței erorii sistematice a instalației de măsurare asupra valorii determinate a accelerației mobilului.

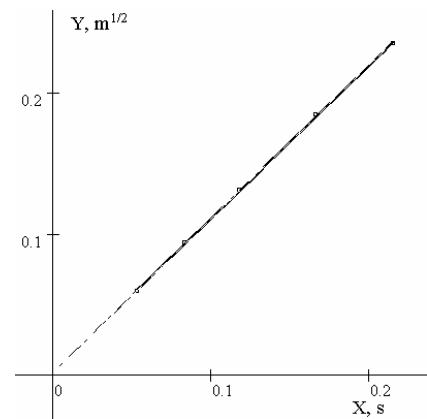


Fig. 13

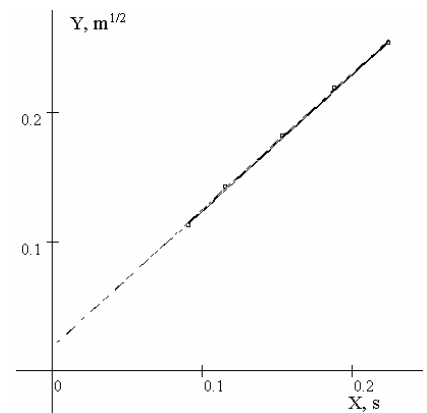


Fig. 14

REFERINȚE

1. A. Rusu, C. Pîrțac, S. Rusu. Trusa de mecanică asistată de calculator. Procesarea datelor. Fizica și tehnologiile moderne. Vol. 6, Nr. 3-4 (23-24), 2008, p. 10-21.
2. A. Rusu. Trusa de mecanică asistată de calculator. Verificarea formulei vitezei la mișcarea rectilinie uniform variată. Fizica și tehnologiile moderne. Vol.7, Nr. 3-4 (24-25), 2009.

Primit la redacție: 21 martie 2010

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A COEFICIENTULUI DE FRECARE LA ROSTOGOLIRE (LUCRARE PRACTICĂ)

M. COTOROS
Profesor de fizică, Grad didactic superior

„Cursul teoretic este lipsit de valoare, dacă el nu este plasat într-un context practic”
Faraday

Categoriile taxonomice	Obiective educaționale <i>Elevul va fi capabil:</i>
Cunoaștere	<ul style="list-style-type: none"> - să definească noțiunile de forță de frecare la alunecare și la rostogolire; - să identifice utilajul necesar pentru efectuarea experimentului; - să cunoască etapele succesive de efectuare a experimentului.
Înțelegere Aplicare	<ul style="list-style-type: none"> - să efectueze cu suficientă precizie măsurările respective, trecând în tabel datele obținute; - să exprime rezultatele măsurărilor în unități SI; - să calculeze corect valoarea coeficientului de frecare la rostogolire.
Analiză Sinteză	<ul style="list-style-type: none"> - să analizeze rezultatele măsurărilor și calculelor efectuate; - să generalizeze datele experimentale obținute ținând seama de tema de cercetate; - să estimeze erorile absolute și relative; - să formuleze concluzii referitor la precizia efectuării experimentului.

Vom studia mișcarea unui cilindru ce se află pe o suprafață orizontală cu asperități. Dacă acționăm asupra cilindrului cu o forță orizontală \vec{F} , al cărei suport trece prin centrul de greutate al lui, observăm că cilindrul începe să se rostogolească atunci când această forță atinge o anumită valoare. Aici se presupune că cilindrul nu alunecă, deci coeficientul de frecare nu este foarte mic.

Dacă contactul dintre cilindru ar fi un segment de dreaptă (în secțiune, un punct), atunci suporturile forțelor \vec{mg} , \vec{N} și \vec{F} (forța de frecare statică) s-ar intersecta într-un singur punct, O (fig. 1).

Momentele forțelor \vec{mg} și \vec{N} în raport cu punctul O vor fi egale cu zero și doar